

Devoir de Mathématiques N° 5 (1 heure)



Le barème est approximatif.

Exercice 1 (6 points) :

Résoudre dans $\mathbb{R}$:

- | | |
|-----------------------------------|-----------------------------------|
| 1. $e^x = -4$ | 4. $e^{(x^2)} \leq (e^x)^2$ |
| 2. $(e^x - 3)^2 = 9$ | 5. $e^x + 1 \leq \frac{6}{e^x}$. |
| 3. $e^{(x^2)} \leq \frac{1}{e}$. | 6. $x(2e^x - 1) \geq 0$. |

Exercice 2 (5 points) :

Etudier les limites suivantes :

1. $f(x) = xe^{\frac{1}{x}}$ en 0.
2. $f(x) = \frac{e^x}{3x^2 + 5}$ en $+\infty$.
3. $f(x) = \frac{e^{4x} - 1}{3x}$ en 0.
4. $f(x) = \frac{e^{\frac{x+1}{2}} - \sqrt{e}}{x}$ en 0.

Exercice 3 (2 points) :

1. Déterminer la dérivée sur $\mathbb{R}$ de $f(x) = (3x + 1)e^{\frac{1}{x}}$.
2. Déterminer les primitives sur $\mathbb{R}$ de $f(x) = \frac{e^{2x}}{(e^{2x} + 7)^3}$.

Exercice 4 (7 points) :

Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \ln(e^{2x} - e^x + 1)$$

Soit $\mathcal{C}$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. Etudier les limites de f en $-\infty$ et $+\infty$.
2. Déterminer la fonction dérivée de f .
3. Etudier le signe de f' et dresser le tableau de variation de f .
4. Démontrer que la droite D d'équation $y = 2x$ est asymptote à $\mathcal{C}$ en $+\infty$.