

Devoir de Mathématiques N° 4 (1 heure)

Exercice 1 :

Résoudre les équations et inéquations suivantes :

1. $(\ln x)^2 - 7 \ln x + 12 \leq 0$
 2. $\ln(x^2 - 4) \leq \ln 2 + \ln x$
-

Exercice 2 :

Soit f définie sur $D =]1; +\infty[$ par $f(x) = \ln(\ln x^{12})$.

1. Justifier que f est dérivable sur D .
 2. Calculer la dérivée de f .
-

Exercice 3 :

Déterminer les primitives des fonctions suivantes :

1. $f(x) = \frac{\cos x}{\sin x}$ sur $D =]-\frac{\pi}{2}; 0[$
 2. $f(x) = \frac{\sqrt{\ln x}}{x}$ sur $D =]1; +\infty[$.
-

Exercice 4 :

Déterminer les limites des fonctions suivantes :

1. $f(x) = \frac{\ln(1 + \sin x)}{x}$; en 0.
 2. $f(x) = \ln(\sin x) - \ln x$; en 0.
 3. $f(x) = \frac{\ln(x^2 - 3x + 1)}{x}$; en $+\infty$.
 4. $f(x) = x \ln \left(1 + \frac{1}{x^2}\right)$; en 0.
-

Exercice 5 :

Soit f définie sur $D = \mathbb{R}_+$ par

$$f(x) = \begin{cases} x(2 - \ln x) + 1 & \text{si } x > 0 \\ 1 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

f est-elle continue, dérivable en 0?

Exercice 6 :

On donne $0 < a \leq \alpha \leq b < 1$ avec $b < \sqrt{a}$. Déterminer un encadrement de $A = \frac{\alpha - \alpha^2}{\alpha + 1}$.