

Devoir de Mathématiques N° 1 (2 heures)



La calculatrice n'est pas autorisée pour aujourd'hui.

Exercice 1 : 3 points

Soit f et g définies sur $[-\pi; \pi[$ par $f(x) = 3 \cos^2 x$ et $g(x) = \sin^2 x$.

1. Résoudre dans $[-\pi; \pi[$ l'inéquation

$$4 \sin^2 x - 3 < 0$$

2. En déduire la position relative des courbes représentatives \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g de f et g .
-

Exercice 2 : 2 points

Résoudre dans $[-\pi; \pi[$ l'équation $\cos(3x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Exercice 3 : 1,5 points

Soit x tel que $\sin x = \frac{3}{4}$, $x \in [\frac{9\pi}{2}; 5\pi]$. Déterminer $\cos x$.

Exercice 4 : 1 points

Soit $m \in \mathbb{R}$.

1. Discuter suivant les valeurs de m le nombre de solutions de l'équation

$$x^2 + 2mx + m^2 + m - 3 = 0$$

2. Trouver m pour que -1 soit solution.
-

Exercice 5 : 6,5 points

1. Soit f définie sur \mathbb{R}_+^* par $f(x) = x \sin(\frac{1}{\sqrt{x}})$. Déterminer la limite de f en $+\infty$ et en 0.

2. Soit g définie sur $\mathbb{R} \setminus \{4; 3\}$ par $g(x) = \frac{2x - 6}{-x^2 + 7x - 12}$. Déterminer la limite de g en $+\infty$ et 4^+ .

3. Soit h définie sur \mathbb{R}^* par $h(x) = \frac{\sin(\frac{1}{x})}{\sin(\frac{3}{x})}$. Déterminer la limite de h en $+\infty$.
-

Exercice 6 : 2 points

Soit $f(x) = x^2 + x \sin x$; $x \in \mathbb{R}$. Déterminer $\lim_{-\infty} f$.

Exercice 7 : 2 points

Résoudre l'inéquation $\frac{1}{1-x^2} < 1$.

Exercice 8 : Spécialité, 2 points

Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, le nombre $A_n = 4^n - 1 - 3n$ est divisible par 9.