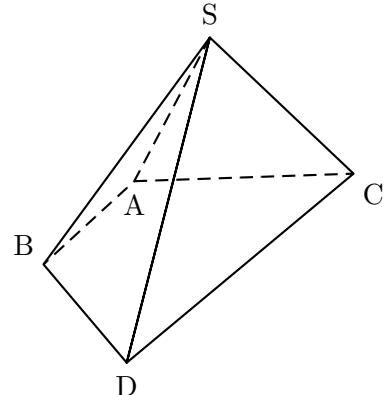


DSN 8 : Espace (H2O)**I (15 points)**

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ d'unité 1 cm, on considère les points : $A(3 ; -1 ; 1)$; $B(4 ; -1 ; 0)$; $C(0 ; 3 ; 2)$; $D(4 ; 3 ; -2)$ et $S(2 ; 1 ; 4)$.

Dans cet exercice on souhaite montrer que $SABDC$ est une pyramide à base $ABDC$ trapézoïdale de sommet S , afin de calculer son volume.



1. Montrer que les points A , B et C ne sont pas alignés.
2. (a) Montrer que les points A , B , C et D sont coplanaires.
(b) Montrer que le quadrilatère $ABDC$ est un trapèze de bases $[AB]$ et $[CD]$.
3. (a) Démontrer que le vecteur $\vec{n}(2 ; 1 ; 2)$ est un vecteur normal au plan (ABC) .
(b) En déduire une équation cartésienne du plan (ABC) .
(c) Déterminer une représentation paramétrique de la droite Δ passant par le point S et orthogonale au plan (ABC) .
(d) On note I le point d'intersection de la droite Δ et du plan (ABC) .
Montrer que le point I a pour coordonnées $\left(\frac{2}{3} ; \frac{1}{3} ; \frac{8}{3}\right)$, puis montrer que $SI = 2$ cm.
4. (a) Vérifier que le projeté orthogonal H du point B sur la droite (CD) a pour coordonnées $H(3 ; 3 ; -1)$ et montrer que $HB = 3\sqrt{2}$ cm.
(b) Calculer la valeur exacte de l'aire du trapèze $ABDC$.
5. Déterminer le volume de la pyramide $SABDC$.

II (5 points) Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. Justifier chaque réponse. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

On munit l'espace d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

1. On considère les points $A(-1 ; 0 ; 5)$ et $B(3 ; 2 ; -1)$.

Affirmation 1 : Une représentation paramétrique de la droite (AB) est

$$\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 2 - t \\ z = -1 + 3t \end{cases} \text{ avec } t \in \mathbb{R}.$$

Affirmation 2 : Le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ est normal au plan (OAB) .

2. On considère :

- la droite d de représentation paramétrique $\begin{cases} x = 15 + k \\ y = 8 - k \\ z = -6 + 2k \end{cases}$ avec $k \in \mathbb{R}$;
- la droite d' de représentation paramétrique $\begin{cases} x = 1 + 4s \\ y = 2 + 4s \\ z = 1 - 6s \end{cases}$ avec $s \in \mathbb{R}$.

Affirmation 3 : Les droites d et d' ne sont pas coplanaires.