DS N° 4 : Mini test sur les limites (15 min)

I Déterminer dans chaque cas la limite de f à l'endroit indiqué.

$f_1(x) = xe^{5x}$; en $-\infty$

$f_2(x) = \exp\left(\dfrac{3}{x^2}\right)$; en 0

II Soit $f(x) = \dfrac{x}{1+e^{2x}}$ pour $x \in \mathbb{R}$.

1. Montrer que pour tout $x \geq 0$,
$$0 \leq f(x) \leq \frac{2x}{e^{2x}}.$$
2. En déduire $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

III✳ Soit (u_n) la suite définie par $u_n = \dfrac{n!}{n^n}$. Etudiez la limite de (u_n).

On rappelle que $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times n$

DS N° 4 : Mini test sur les limites (15 min)

I Déterminer dans chaque cas la limite de f à l'endroit indiqué.

$f_1(x) = \mathrm{e}^{x^3+x^2}$; en $-\infty$

$f_2(x) = x^3\mathrm{e}^{\sqrt{x}}$; en $+\infty$

II Soit $f(x) = \dfrac{\mathrm{e}^x}{x(\sin x + 2)}$ pour $x \in \mathbb{R}$.

1. Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$,
$$\frac{\mathrm{e}^x}{3x} \leq f(x) \leq \frac{\mathrm{e}^x}{x}$$
2. En déduire $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
3. Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{\mathrm{e}^x}$.

III✶ Soit (u_n) la suite définie par $u_n = \dfrac{n!}{n^n}$. Etudiez la limite de (u_n).

On rappelle que $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times n$