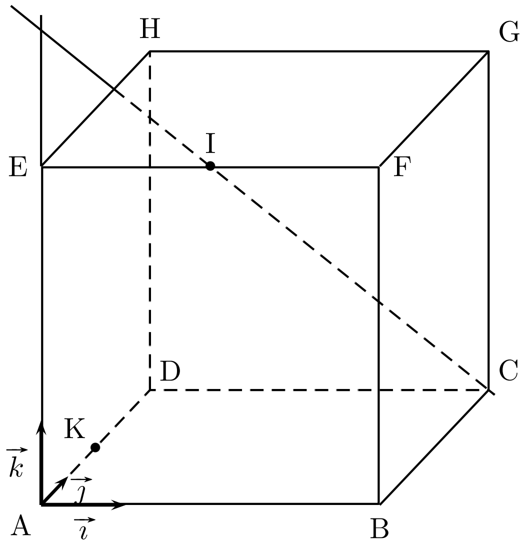
# DS N° 7 : Espace (1h15)

## I (15 points)

On considère un repère orthonormé $\left(\text{A} ~;~ \vec{\imath},~ \vec{\jmath},~ \vec{k}\right)$ de l'espace dans lequel on place les points

$$\text{B}(4\,;0\,;0),\quad \text{D}(0\,;4\,;0),\quad \text{E}(0\,;0\,;4)$$

et les points C, F, G et H de sorte que le solide ABCDEFGH soit un cube.




1. Donner les coordonnées des points C, F, G et H.
2. On considère le point I milieu de l'arête [EF].
   Montrer qu'une représentation paramétrique de la droite (IC) est donnée par :

$$\left\{\begin{array}{lcr} x &=& 2+2t \\ y &=& 4t \\ z &=& 4-4t \end{array}\right. \quad \text{où } t \in \mathbb{R}.$$

3. On désigne par $\mathcal{P}$ le plan orthogonal à la droite (IC) passant par le point G, et par J l'intersection de $\mathcal{P}$ avec (IC).
   (a) Démontrer qu'une équation cartésienne du plan $\mathcal{P}$ est donnée par :
   $$x+2y-2z-4=0.$$
   (b) Justifier que J a pour coordonnées $\left(\dfrac{28}{9}~;~\dfrac{20}{9}~;~\dfrac{16}{9}\right)$.
   Que représente J par rapport à C ?
   (c) Vérifier que le point K$(0\,;2\,;0)$ appartient au plan $\mathcal{P}$.
   (d) Justifier que (BK) est l'intersection des plans $\mathcal{P}$ et (ABC).
4. (a) Déterminer le volume de la pyramide CBKG.
   (b) Justifier que $(BKG)=\mathcal{P}$.
   (c) Déduire (avec les 2 questions qui précèdent) que l'aire du triangle BKG est égale à 12.
   (d) On note I′ un point de l'arête [EF], et $\mathcal{P}'$ le plan orthogonal à la droite (I′ C) passant par G.
   Peut-on affirmer que la droite (BG) est incluse dans $\mathcal{P}'$ ?

**II** **(5 points)** *Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. Chaque réponse doit être justifiée. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point. Les questions de cet exercice sont indépendantes.*
Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $\left(O\,;\,\vec{i}\,,\,\vec{j}\,,\,\vec{k}\right)$, on considère les points $A(0;4;-1)$ et $B(6;1;5)$.

1. **Affirmation :** Une représentation paramétrique de la droite $(AB)$ est

$$\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$$

2. **Affirmation :** On considère les droites $\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}'$ dont on donne ci-dessous une représentation paramétrique :

$$\mathcal{D} : \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 + t\ ; \quad t \in \mathbb{R} \\ z = 2 + t \end{cases} \qquad \text{et} \qquad \mathcal{D}' : \begin{cases} x = 2t' \\ y = 4 - t' \quad t' \in \mathbb{R} \\ z = -1 + 2t' \end{cases}$$

   Alors $\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}'$ ne sont pas coplanaires.

**III✳**

1. Dessiner un cube ainsi qu'une section par un plan de telle sorte que la section soit un hexagone régulier.
2. Peut-on faire en sorte d'obtenir un pentagone régulier ?