

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL
ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ
SESSION 2025

MATHÉMATIQUES

Jour 1

Durée de l'épreuve : **4 heures**

L'usage de la calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de la calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé.

Dès que ce sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.
Ce sujet comporte 4 pages numérotées de 1/4 à 4/4.

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation de la copie. Les traces de recherche, même incomplètes ou infructueuses, seront valorisées.

Exercice 1

4 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Remplir la feuille annexe selon les modalités expliquées ci-dessous :

- **Ne pas oublier d'écrire nom, prénom et classe dans le cadre et de noircir le code personnel.**
- Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
- Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève aucun point.
- Noircir proprement, pour chaque question, la case correspondant à la bonne réponse. En cas d'erreur, effacer à l'aide de blanc correcteur en couvrant la case cochée par erreur. Dans ce cas, ne pas reconstituer la case effacée, cela pourrait être considéré comme une bonne réponse.
- **Ne pas glisser le qcm dans la copie mais le rendre séparément.**

Exercice 2

5 points

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = x^2 - 6x + 4 \ln(x)$$

On admet que la fonction f est deux fois dérivable sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$.

On note f' sa dérivée et f'' sa dérivée seconde.

On note $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal.

1. a) Déterminer $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.
Interpréter graphiquement ce résultat.
- b) Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
2. a) Déterminer $f'(x)$ pour tout réel x appartenant à $]0 ; +\infty[$.
- b) Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$.
En déduire le tableau de variations de f .
3. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution dans l'intervalle $[4 ; 5]$.
4. On admet que, pour tout x de $]0 ; +\infty[$, on a :

$$f''(x) = \frac{2x^2 - 4}{x^2}$$

- a) Étudier la convexité de la fonction f sur $]0 ; +\infty[$.
On précisera les valeurs exactes des coordonnées des éventuels points d'inflexion de $\mathcal{C}_f$.
- b) On note A le point de coordonnées $(\sqrt{2}; f(\sqrt{2}))$.
Soit t un réel strictement positif tel que $t \neq \sqrt{2}$. Soit M le point de coordonnées $(t; f(t))$.
En utilisant la question a), indiquer, selon la valeur de t , les positions relatives du segment $[AM]$ et de la courbe $\mathcal{C}_f$.

Exercice 3**5 points**

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 1]$ par

$$f(x) = 2xe^{-x}$$

On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $[0 ; 1]$.

1. a) Résoudre sur l'intervalle $[0 ; 1]$ l'équation $f(x) = x$.
- b) Démontrer que, pour tout x appartenant à l'intervalle $[0 ; 1]$,

$$f'(x) = 2(1 - x)e^{-x}$$

- c) Donner le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; 1]$.

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 0,1$ et pour tout entier naturel n ,

$$u_{n+1} = f(u_n)$$

2. a) Démontrer par récurrence que, pour tout n entier naturel,

$$0 \leq u_n < u_{n+1} \leq 1$$

- b) En déduire que la suite (u_n) est convergente.

3. Démontrer que la limite de la suite (u_n) est $\ln(2)$.

4. a) Justifier que pour tout entier naturel n , $\ln(2) - u_n$ est positif.

- b) On souhaite écrire un script Python qui renvoie une valeur approchée de $\ln(2)$ par défaut à 10^{-4} près, ainsi que le nombre d'étapes pour y parvenir.

Recopier et compléter le script ci-dessous afin qu'il réponde au problème posé.

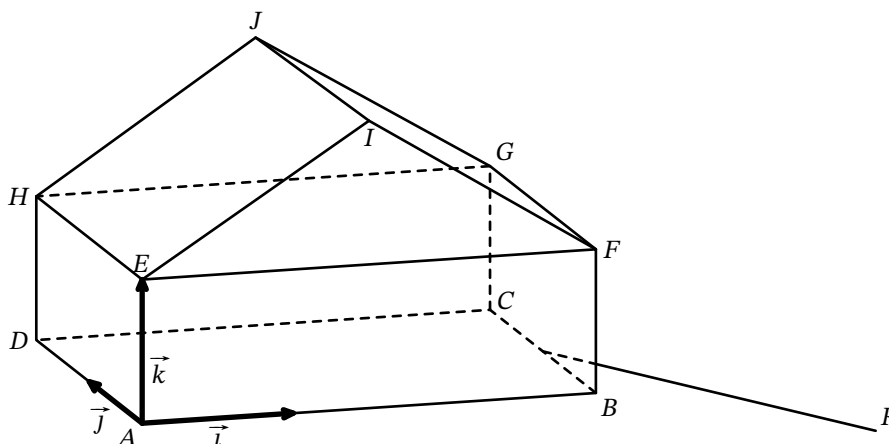
```
1 def seuil():
2     n = 0
3     u = 0.1
4     while ln(2) - u ... 0.0001:
5         n = n + 1
6         u = ...
7     return (u, n)
```

- c) Donner la valeur de la variable n renvoyée par la fonction `seuil()`.

Exercice 4

6 points

Une maison est constituée d'un parallélépipède rectangle $ABCDEFGH$ surmonté d'un prisme $EFIHGJ$ dont une base est le triangle EIF isocèle en I . Cette maison est représentée ci-dessous.



On a $AB = 3$, $AD = 2$, $AE = 1$.

On définit les vecteurs $\vec{i} = \frac{1}{3}\vec{AB}$, $\vec{j} = \frac{1}{2}\vec{AD}$, $\vec{k} = \vec{AE}$.

On munit ainsi l'espace du repère orthonormé $(A; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.

1. Donner les coordonnées du point G .
2. Le vecteur $\vec{n}$ de coordonnées $(2; 0; -3)$ est vecteur normal au plan (EHI) .
Déterminer une équation cartésienne du plan (EHI) .
3. Déterminer les coordonnées du point I .
4. Déterminer une mesure au degré près de l'angle $\widehat{EIF}$.
5. Afin de raccorder la maison au réseau électrique, on souhaite creuser une tranchée rectiligne depuis un relais électrique situé en contrebas de la maison.

Le relais est représenté par le point R de coordonnées $(6; -3; -1)$.

La tranchée est assimilée à un segment d'une droite Δ passant par R et dirigée par le vecteur $\vec{u}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$. On souhaite vérifier que la tranchée atteindra la maison au niveau de l'arête $[BC]$.

- a) Donner une représentation paramétrique de la droite Δ .
- b) On admet qu'une équation du plan (BFG) est $x = 3$.
Soit K le point d'intersection de la droite Δ avec le plan (BFG) .
Déterminer les coordonnées du point K .
- c) Le point K appartient-il bien à l'arête $[BC]$?