

**DS N°13 : Test intégrales (30 min)**

---

① Calculer les intégrales suivantes :

$$I_1 = \int_0^1 \frac{e^{-x}}{e^{-x} + 1} dx$$

$$I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (t + 2) \cos t dt$$

② On considère la suite  $(I_n)$  définie pour  $n \in \mathbb{N}$  par

$$I_n = \int_0^1 x^n e^{x^2} dx$$

1. Montrer que  $(I_n)$  est décroissante.
2. Montrer que pour tout  $x \in [0; 1]$  et pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , on a :

$$x^n \leq x^n e^{x^2} \leq e x^n$$

3. En déduire que pour  $n \in \mathbb{N}$  :

$$\frac{1}{n+1} \leq I_n \leq \frac{e}{n+1}$$

4. Que peut-on en déduire pour  $(I_n)$  ?