

## DS N°8 : Espace et QCM général (2h)

---

### I (9 points)

L'espace est muni d'un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .

On considère les points

$$A(3; -2; 2), \quad B(6; 1; 5), \quad C(6; -2; -1) \quad \text{et} \quad D(0; 4; -1).$$

- Démontrer que les points A, B, C et D ne sont pas coplanaires.
- Montrer que le triangle ABC est rectangle.
  - Montrer que la droite (AD) est perpendiculaire au plan (ABC).
  - En déduire le volume du tétraèdre ABCD.
- On considère le point H(5; 0; 1).
  - Montrer qu'il existe des réels  $\alpha$  et  $\beta$  tels que  $\vec{BH} = \alpha\vec{BC} + \beta\vec{BD}$ .
  - Démontrer que H est le projeté orthogonal du point A sur le plan (BCD).
  - En déduire la distance du point A au plan (BCD).
- Déduire des questions précédentes l'aire du triangle BCD.

### II (3 points) On donne f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \frac{\sin^2 x}{2 + \cos 2x}$$

- Justifier que le domaine de définition est bien  $\mathbb{R}$ .
- Montrer que f est de période  $\pi$ .
- Etudier la parité de f.
- Déterminer la fonction dérivée de f.