

Devoir n° 9 : La totale et espace

I (6 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Une réponse exacte rapporte un point. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.

Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie.

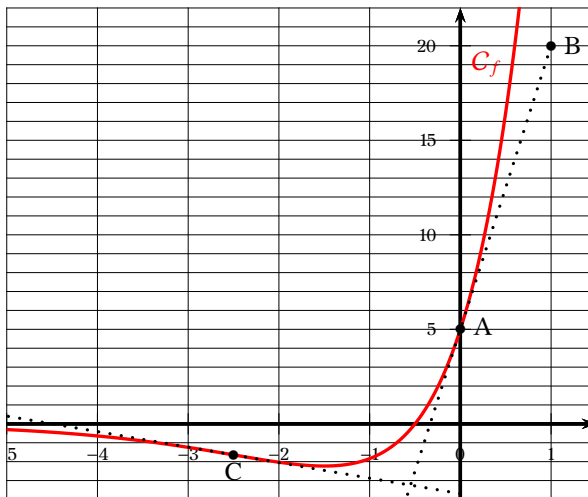
Une justification succincte est demandée.

Le graphique ci-contre donne la représentation graphique C_f dans un repère orthogonal d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.

On notera f' la fonction dérivée de f .

On donne les points A de coordonnées (0 ; 5) et B de coordonnées (1 ; 20). Le point C est le point de la courbe C_f ayant pour abscisse -2,5. La droite (AB) est la tangente à la courbe C_f au point A.

Les questions 1 à 3 se rapportent à cette même fonction f .



1. On peut affirmer que :

- a) $f'(-0,5) = 0$
- b) si $x \in]-\infty ; -0,5[$, alors $f'(x) < 0$
- c) $f'(0) = 15$
- d) la fonction dérivée f' ne change pas de signe sur $\mathbb{R}$.

2. On admet que la fonction f représentée ci-dessus est définie sur $\mathbb{R}$ par

$f(x) = (ax + b)e^x$, où a et b sont deux nombres réels et que sa courbe coupe l'axe des abscisses en son point de coordonnées $(-0,5 ; 0)$.

On peut affirmer que :

- a) $a = 10$ et $b = 5$
- b) $a = 2,5$ et $b = -0,5$
- c) $a = -1,5$ et $b = 5$
- d) $a = 0$ et $b = 5$

3. On admet que la dérivée seconde de la fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f''(x) = (10x + 25)e^x.$$

On peut affirmer que :

- a) La fonction f est convexe sur $\mathbb{R}$
- b) La fonction f est concave sur $\mathbb{R}$
- c) Le point C est l'unique point d'inflexion de C_f
- d) C_f n'admet pas de point d'inflexion

4. On considère deux suites (U_n) et (V_n) définies sur $\mathbb{N}$ telles que :

- pour tout entier naturel n , $U_n \leq V_n$;
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n = 2$.

On peut affirmer que :

- a) la suite (U_n) converge
- b) pour tout entier naturel n , $V_n \leq 2$
- c) la suite (U_n) diverge
- d) la suite (U_n) est majorée

II (14 points)

Dans un repère orthonormé de l'espace, on considère les points

$$A(5 ; -5 ; 2), B(-1 ; 1 ; 0), C(0 ; 1 ; 2) \text{ et } D(6 ; 6 ; -1).$$

1. a) Montrer que le triangle BCD est rectangle en C .

b) Déterminer l'aire de BCD .

2. a) Montrer que le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ est un vecteur normal au plan (BCD) .

b) Déterminer une équation cartésienne du plan (BCD) .

3. Déterminer une représentation paramétrique de la droite $\mathcal{D}$ orthogonale au plan (BCD) et passant par le point A .

4. Déterminer les coordonnées du point H , intersection de la droite $\mathcal{D}$ et du plan (BCD) .

5. Déterminer le volume du tétraèdre $ABCD$.

On rappelle que le volume d'un tétraèdre est donné par la formule $\mathcal{V} = \frac{1}{3}\mathcal{B} \times h$, où $\mathcal{B}$ est l'aire d'une base du tétraèdre et h la hauteur correspondante.

6. Déterminer une valeur approchée au dixième de degré près de l'angle $\widehat{BAC}$.