DS N°10

I On a 14 boules : 3B, 5R, 4V, 2N

1 Le tirage est simultané. Il s'agit donc de combinaisons.

a Le nombre de tirages total est $N_a = \binom{14}{5} = \frac{14!}{5!\,9!} = \frac{\cancel{10}.11.\cancel{12}.13.14}{\cancel{2}.\cancel{3}.\cancel{4}.\cancel{5}} = 11.13.14 = 2002$

b Il n'y a que 5 boules rouges, donc le nbre de tirages possibles de 5R est $N_b = 1$ (en fait $\binom{5}{5} = 1$)

c Pour 2B et 3V : $N_c = \binom{3}{2}.\binom{4}{3} = 3 \times 4 = 12$

d Pour 2R et 1N : $N_d = \binom{5}{2}.\binom{2}{1}\binom{7}{2} = 5.2.2.7.3 = 420$

R N N;R,N;N

2 On tire successivement et sans remise. Il s'agit de 5-listes sans répétition.

a Nombre de tirages possibles : $N_a = \frac{14!}{(14-5)!} = 10.11.12.13.14 = 240240$

b Nombres de tirages avec 1R, 1N, 1R, 1V, 1B dans l'ordre est $N_b = 5.2.4.4.3 = 480$

1ère R 2ème R

c On peut constater que le nombre de tirages de 2R, 1N, 1V, 1B dans un autre ordre serait identique.
La question est donc de déterminer combien d'ordres possibles y-a-t-il de 2R, 1N, 1V, 1B.

Cela revient à compter le nombre d'anagrammes du mot RRNVB.

Le nombre d'anagrammes est $\underbrace{\binom{5}{2}}_{\text{pour placer les rouges}}.\overbrace{3!}$ ← les permutations des 3 autres lettres.

Ainsi le nombre de tirages avec 2R, 1N, 1V, 1B est donc $N_c = \underbrace{\binom{5}{2}3!}_{\text{Nbre d'anagrammes}}.\underbrace{480}_{\text{Nbre de tirages pour un ordre fixé}} = 10.6.480 = 28800$

3 Ici le tirage est successif avec remise. Il s'agit donc de liste avec répétition.

a) Le nombre de tirage possible est $N_a = 14^5 = 537824$

b) Que des noires : $N_b = 2^5 = 32$

c) Soit E : " Au moins une blanche ", donc $\bar{E}$: " Pas de blanche "

On a $N(\bar{E}) = 11^5$ et donc

$$N(E) = N_a - N(\bar{E}) = 14^5 - 11^5 = 376773$$

II On a pour $1 \leq k \leq n$:

$$\frac{k}{n}\binom{n}{k} = \frac{k}{n} \cdot \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$= \frac{k}{n} \cdot \frac{n(n-1)!}{k(k-1)!(n-k)}$$

$$= \frac{(n-1)!}{(k-1)!(n-1-(k-1))!} = \binom{n-1}{k-1}.$$

Ainsi l'égalité est démontrée.