Devoir n° 1 : révisions, trigo, récurrence (1h)

I **(4 points)** Résoudre dans $\mathbb{R}$:

$$\frac{2x^2 - x + 3}{3x} \geq 2$$

II **(2 points)** Résoudre sur $[-\pi; \pi]$:

$$2\sin^2(x) + 3\sin x + 1 = 0$$

III **(2 points)** On a $x \in [\frac{\pi}{2}; \pi]$ et $\sin x = \frac{2}{7}$, déterminer $\cos x$.

IV **(3 points)** Résoudre sur $[-\pi; \pi]$:

1. $2\cos x < 1$
2. $\cos(3x) = 1$

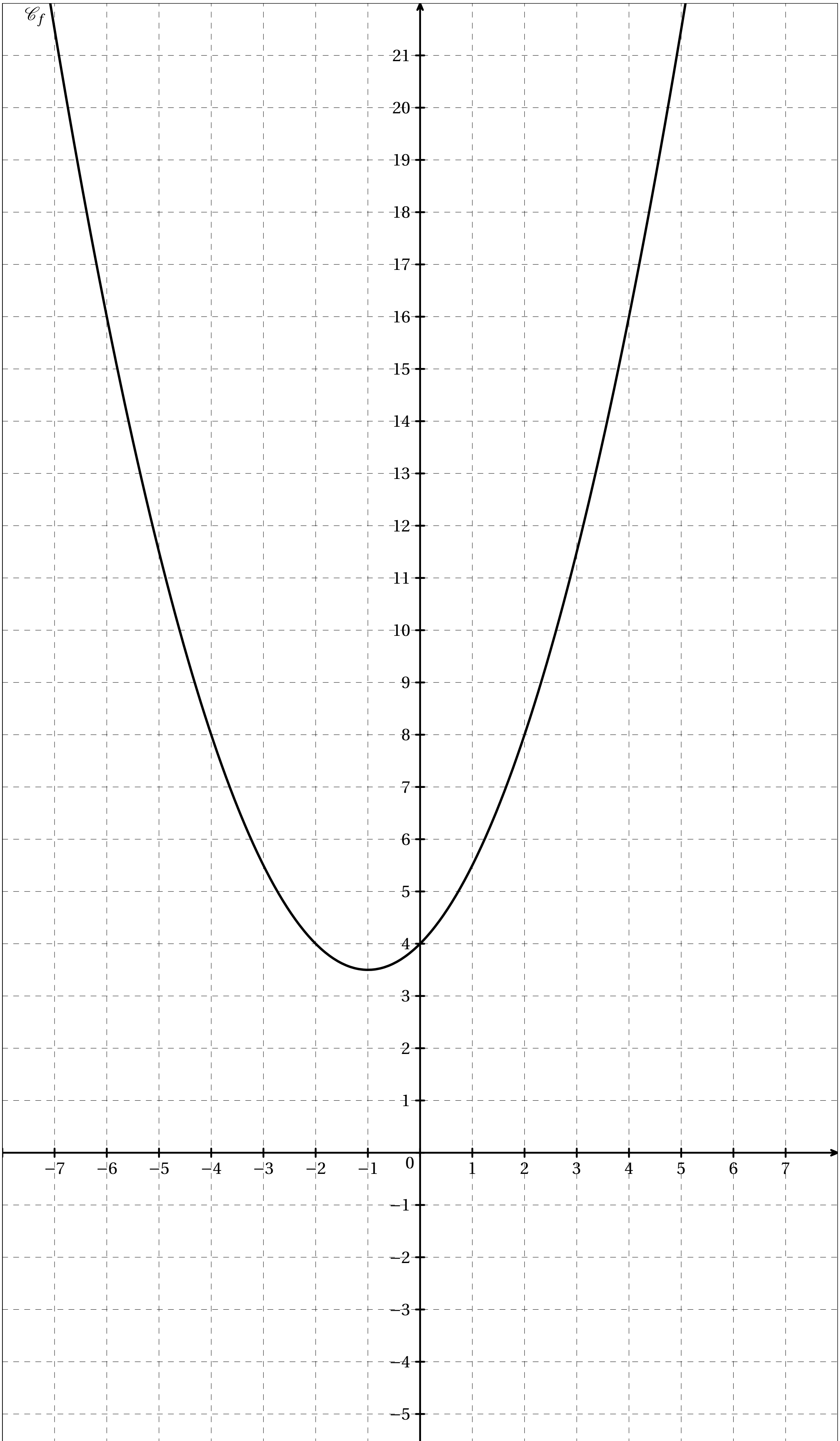
V **(4 points)** Soit (u_n) définie par $u_0 = 2$; $u_{n+1} = 2u_n - 3$.
Démontrer que pout tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = 3 - 2^n$.

VI **(5 points)** Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + x + 4$ et pour tout $m \in \mathbb{R}$ on définit $\Delta_m : y = mx - 4$.
La courbe représentative $\mathscr{C}_f$ de f se trouve ci-joint.

1. A l'aide du graphique et en laissant apparaître les traits de construction, conjecturer selon les valeurs de m le nombre de points d'intersection de $\mathscr{C}_f$ et Δ_m.
2. Vérifier ou invalider votre conjecture à l'aide d'un calcul.

VII✳ **(bonus)** Montrer que pour tout entier naturel $n \geq 4$ on a :

$$2^n \geq n^2$$



$\mathscr{C}_f$
21
20
19
18
17
16
15
14
13
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0
−1
−2
−3
−4
−5
−7
−6
−5
−4
−3
−2
−1
1
2
3
4
5
6
7