

## Devoir de Mathématiques N° 9 (30 mn)

---

**1** Dans un supermarché, on réalise une étude sur la vente de bouteilles de jus de fruits sur une période d'un mois.

- 40 % des bouteilles vendues sont des bouteilles de jus d'orange ;
- 25 % des bouteilles de jus d'orange vendues possèdent l'appellation « pur jus ».

Parmi les bouteilles qui ne sont pas de jus d'orange, la proportion des bouteilles de « pur jus » est notée  $x$ , où  $x$  est un réel de l'intervalle  $[0; 1]$ .

Par ailleurs, 20 % des bouteilles de jus de fruits vendues possèdent l'appellation « pur jus ».

On prélève au hasard une bouteille de jus de fruits passée en caisse. On définit les événements suivants :

$R$  : la bouteille prélevée est une bouteille de jus d'orange ;

$J$  : la bouteille prélevée est une bouteille de « pur jus ».

### Partie A

1. Représenter cette situation à l'aide d'un arbre pondéré.
2. Exprimer  $P(J)$  en fonction de  $x$  et en déduire la valeur exacte de  $x$ .
3. Une bouteille passée en caisse et prélevée au hasard est une bouteille de « pur jus ».  
Calculer la probabilité que ce soit une bouteille de jus d'orange.

### Partie B

Afin d'avoir une meilleure connaissance de sa clientèle, le directeur du supermarché fait une étude sur un lot des 500 dernières bouteilles de jus de fruits vendues.

On note  $X$  la variable aléatoire égale au nombre de bouteilles de « pur jus » dans ce lot.

On admettra que le stock de bouteilles présentes dans le supermarché est suffisamment important pour que le choix de ces 500 bouteilles puisse être assimilé à un tirage au sort avec remise.

1. Déterminer la loi suivie par la variable aléatoire  $X$ . On en donnera les paramètres.
2. Déterminer la probabilité pour qu'au moins 75 bouteilles de cet échantillon de 500 bouteilles soient de « pur jus ». On arrondira le résultat au millième.

**2** Calculer les intégrales suivantes :

$$I_1 = \int_0^2 x \sqrt{x^2 + 3} dx$$

$$I_2 = \int_1^e \frac{1 + \ln x}{x} dx$$

$$I_3 = \int_0^3 x e^{-x^2} dx$$

$$I_4 = \int_1^e \frac{e^x}{(e^x + 1)^3} dx$$