

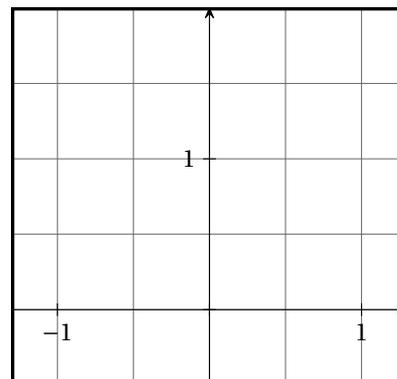
Devoir de Mathématiques N° 4 (1 h)

1 _____ (6 points)

Soit f la fonction définie sur $[-1; 1]$ par :

$$f(x) = (1 - x)\sqrt{1 - x^2}$$

1. a) Expliquez pourquoi f est dérivable sur $] - 1; 1[$ et calculez $f'(x)$ pour $x \in] - 1; 1[$.
- b) Etudier le signe de $f'(x)$ puis dresser le tableau de variations de f
2. Etudier la dérivabilité de f en -1 et en faire une interprétation géométrique.
3. Etudier la dérivabilité de f en 1 et en faire une interprétation géométrique.
4. Tracer sommairement la fonction f sur le repère ci-joint.



2 _____ (6 points)

Calculer les dérivées des fonctions suivantes :

$$f_1(x) = \frac{5}{(x^2 + 9)^4}; \quad \mathcal{D} = \mathbb{R}.$$

$$f_2(x) = \sin(x^2 + 1); \quad \mathcal{D} = \mathbb{R}$$

$$f_3(x) = \left(\frac{7x - 5}{x^4 + 2}\right)^3; \quad \mathcal{D} = \mathbb{R}.$$

$$f_4(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 7}; \quad \mathcal{D} = \mathbb{R}$$

3 _____ (3 points)

Soit $P(z) = z^3 - (2 + i)z^2 + 2(1 + i)z - 2i$. On cherche les racines de P .

1. Montrer que i est racine de P .
2. En déduire $a; b; c \in \mathbb{R}$ tels que pour tout $z \in \mathbb{C}$, $P(z) = (z + i)(az^2 + bz + c)$.
3. En déduire toutes les racines de P .

4 _____ (1 point)

Ecrire sous forme algébrique les nombres suivants :

$$z_1 = \frac{3 - 5i}{1 + i}$$

$$z_2 = (2 + i)(2 - 3i)^2$$

5 _____ (2 points)

Résoudre dans \mathbb{C} ,

$$(E_1) : 1 - 2z = 3iz + 5 - 2i$$

$$(E_2) : (3 + i)\bar{z} = (1 - 5i)z.$$

6 _____ (2 points)

Sur le dessin ci-contre, on a représenté graphiquement les fonctions f et g sur $[-1; +\infty[$ par :

$$f(x) = \sin x \sqrt{x + 1}$$

$$g(x) = \sqrt{x + 1}$$

Les courbes représentatives des fonctions f et g semblent avoir une tangente commune en $\frac{\pi}{2}$. Est-ce vrai ?

