

Devoir de Mathématiques N° 1 (2 heures)



Le barème est approximatif.

Exercice 1 (1,5 points) :

1. Discuter suivant les valeurs de m le nombre de racines du polynôme

$$P(x) = x^2 + (m - 3)x + 1$$

2. Pour quelles valeurs de m a-t'on 2 racine de P ?

Exercice 2 (1,5 points) :

Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $x > \frac{1}{x}$.

Exercice 3 (7 points) :

Déterminer les limites suivantes

- $f(x) = \frac{x + 5}{x^2 - 7x + 10}$ en 2^+ et en $+\infty$.
- $f(x) = \frac{x^2 - 2x}{|x - 2|}$ en $-\infty$ et en $+2$.
- $f(x) = -x + \sqrt{x^2 - 4}$ en $-\infty$ et en $+\infty$.
- $f(x) = \frac{x}{5 + 3 \sin x}$ en $-\infty$.
- $f(x) = \frac{\sin(7x)}{2x}$ en 0 .

Exercice 4 (4 points) :

Soit $f(x) = \sqrt{\frac{x^3 - 2x^2}{x + 1}}$.

- Déterminer le domaine de définition D de f .
- Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

3. Déterminer $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$.

Exercice 5 (2 points) :

Soit $f(x) = x^3 - 3x - 1$. Montrer que f admet une unique racine α sur $[-1; +1]$.

Exercice 6 (2 points) :

Soit

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 3x^2 + 2x}{x - 1} & \text{si } x \neq 1 \\ -1 & \text{pour } x = 1 \end{cases}$$

La fonction f est-elle continue en 1?

Exercice 7 (2 points) : pour les non spécialistes

Soit $x \in [\frac{\pi}{2}; \pi]$ tel que $\cos x = -\frac{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{2}$.

- Déterminer $\sin x$.
- Calculer $\cos(2x)$ et en déduire x .

Exercice 8 (1 point) : Pour les spécialistes

Dans la division de a par 35, le reste est 15. Combien doit-on ajouter à a pour que le quotient augmente de 1 et le reste diminue de 3?

Exercice 9 (1 point) : pour les spécialistes

Résoudre $x^2 = 4y^2 + 3$ dans \mathbb{Z}^2 .