

Devoir de Mathématiques N° 5 (bis) (30mn)

0 Nom et prénom :

1 Démontrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, 11 divise $5^{2n} - 14^n$.

2 On considère l'algorithme suivant où $\text{Ent} \left(\frac{A}{N} \right)$ désigne la partie entière de $\frac{A}{N}$.

```
A et N sont des entiers naturels
Saisir A
N prend la valeur 1
Tant que  $N \leq \sqrt{A}$ 
    Si  $\frac{A}{N} - \text{Ent} \left( \frac{A}{N} \right) = 0$  alors Afficher N et  $\frac{A}{N}$ 
    Fin si
N prend la valeur N + 1
Fin Tant que.
```

Quels résultats affiche cet algorithme pour $A = 12$?

Que donne cet algorithme dans le cas général ?

3 Soient $a, b \in \mathbb{N}$ tels que $0 < a \leq 9$ et $0 \leq b \leq 9$. On considère le nombre $N = 10^3a + b$ qui s'écrit en base 10 : $N = \overline{a00b}$.

On se propose de déterminer parmi ces nombres entiers naturels N ceux qui sont divisibles par 7.

1. Vérifier que $10^3 \equiv -1 \pmod{7}$

2. En déduire les nombres N cherchés.

4 **Bonus hors barème** Quel est le chiffre des unités de $7^{7^{7^7}}$?