

Devoir de Mathématiques N° 5 (30mn)

0 Nom et prénom :

1 3 points

1. Compléter la table des restes suivante dans la congruence modulo 4.

Modulo 4, x est congru à	0	1	2	3
Modulo 4, x^2 est congru à				

2. On considère l'équation (F) : $7x^2 - 4y^2 = 1$, où x et y sont des entiers relatifs.

Montrer en utilisant la congruence modulo 4 que cette équation n'a pas de solution dans \mathbb{Z}^2 .

3. Résoudre dans \mathbb{Z} l'équation (E) : $(x + 3)^2 \equiv 1 \pmod{4}$.

2 2 points

On donne l'algorithme ci-contre.

1. Qu'affiche cet algorithme quand on saisit le nombre 3 ?
2. Qu'affiche cet algorithme quand on saisit le nombre 55 ?
3. Pour un nombre entier quelconque, que représente le résultat donné par cet algorithme ?

```

1 Variables A,X entiers
2
3 Saisir un entier positif A
4 Affecter à X la valeur de A
5
6 Tant que X >= 13 faire
7     Affecter à X la valeur X-13
8 Fin Tant que
9
10 Afficher X
```

3 2 points

La proposition suivante est-elle vraie ou fausse ? Justifiez.

$$x^2 + x + 3 \equiv 0 \pmod{5} \iff x \equiv 0 \pmod{5}$$

4 bonus

Les questions sont complètement indépendantes.

1. Quel est le chiffre des unités de 7^{7^7} ?
2. La proposition suivante est-elle vraie ou fausse ? Justifiez.

$$x^3 \equiv 0 \pmod{9} \iff x \equiv 0 \pmod{3}$$