

Devoir de Mathématiques N° 4 (30mn)

0 Nom et prénom :

1 On considère l'équation (F) : $11x^2 - 7y^2 = 5$, où x et y sont des entiers relatifs.

1. Démontrer que si le couple $(x ; y)$ est solution de (F), alors $x^2 \equiv 2y^2 \pmod{5}$.
2. Soient x et y des entiers relatifs. Recopier et compléter les deux tableaux suivants :

Modulo 5, x est congru à	0	1	2	3	4
Modulo 5, x^2 est congru à					

Modulo 5, y est congru à	0	1	2	3	4
Modulo 5, $2y^2$ est congru à					

Quelles sont les valeurs possibles du reste de la division euclidienne de x^2 et de $2y^2$ par 5 ?

3. En déduire que si le couple $(x ; y)$ est solution de (F), alors x et y sont des multiples de 5.
4. Démontrer que si x et y sont des multiples de 5, alors le couple $(x ; y)$ n'est pas solution de (F). Que peut-on en déduire pour l'équation (F) ?

2 Soit $n \in \mathbb{N}$. On donne $A_n = n^2 + n$.

1. A_n peut-il se terminer par 5 ?
2. Ecrire en langage naturel un algorithme qui dresse les valeurs des 100 premières valeurs de A_n .
3. A l'aide d'un tableau de valeurs fait à calculatrice, faire une conjecture sur le chiffre des unités de A_n .
4. Démontrer votre conjecture (*Vous pourrez introduire la congruence modulo 10*).