

Devoir de Spécialité Mathématiques N° 2 (0,8 heure)

Exercice 1 (2 points) :Résoudre dans \mathbb{Z}

$$3x \equiv 30 \pmod{7}$$

Exercice 2 (4 points) :Quel est le reste de la division de 2010^{2010} par 11 ?

Exercice 3 (4 points) :

1. Quels sont selon les valeurs de $n \in \mathbb{N}$ les restes de la division de 7^n par 4 ?
2. Déterminer alors les entiers naturels n tels que

$$7^{n+1} - (n+1)7^n - 1 \equiv 0 \pmod{4}$$

Exercice 4 (3 points) :Soit a un chiffre non nul, montrer que si $N = \overline{aaaa}^{10}$ alors N est divisible par 101.

Exercice 5 (3 points) :

1. Dresser la liste des diviseurs positifs de 84.
2. Déterminer l'ensemble des x entiers solutions de

$$x(x+1)(2x+1) = 84$$

Exercice 6 (4 points) :Soient $\alpha, \beta \in \mathbb{N}$ et $n = 2^\alpha 3^\beta$. On sait que le nombre de diviseurs positifs de n^2 est le triple du nombre de diviseurs positifs de n .

1. Quel est le nombre (positifs de n) de diviseurs de n ?
2. Donner une formule pour le nombre de diviseurs positifs de n^2 ?
3. En déduire que

$$(\alpha - 1)(\beta - 1) = 3$$

4. En déduire les valeurs possibles de n .
-