

Devoir de Mathématiques N° 15 (1 heure)

1. On considère la fonction g définie sur $]0 ; +\infty[$ par

$$g(x) = \ln x - \frac{2}{x}$$

On donne ci-dessous le tableau de variations de g .

x	0	2,3 x_0 2,4	+	+	+
$g(x)$	$-\infty$	\nearrow	\rightarrow	\rightarrow	$+\infty$

Démontrer toutes les propriétés de la fonction g regroupées dans ce tableau.

2. Soit f la fonction définie sur $]0 ; +\infty[$ par

$$f(x) = \frac{5 \ln x}{x}$$

(a) Montrer que $f(x_0) = \frac{10}{x_0^2}$ où x_0 est le réel apparaissant dans le tableau ci-dessus.

(b) Soit a un réel. Pour $a > 1$, exprimer $\int_1^a f(t) dt$ en fonction de a .

3. On a tracé dans le repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ci-dessous les courbes représentatives des fonctions f et g notées respectivement (C_f) et (C_g) .

On appelle I le point de coordonnées $(1; 0)$, P_0 le point d'intersection de (C_g) et de l'axe des abscisses, M_0 le point de (C_f) ayant même abscisse que P_0 et H_0 le projeté orthogonal de M_0 sur l'axe des ordonnées.

On nomme (D_1) le domaine du plan délimité par la courbe (C_f) et les segments $[IP_0]$ et $[P_0M_0]$.

On nomme (D_2) le domaine du plan délimité par le rectangle construit à partir de $[OI]$ et $[OH_0]$.

Démontrer que les deux domaines (D_1) et (D_2) ont même aire, puis donner un encadrement d'amplitude 0,2 de cette aire.

