

DS n° 2 : Test Puissances et arithmétique (55 min)

I (3 points)

1. Décomposer 132 et 390 en produit de facteurs premiers.
2. En déduire la fraction irréductible égale à $\frac{390}{132}$.

II (4 points)

Voici deux nombres A et B écrits sous forme de produits de facteurs premiers :

$$A = 2 \times 3^2 \times 5^2 \qquad B = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$$

Répondre aux questions suivantes sans calculer A et B et en justifiant les réponses.

1. A et B sont-ils des multiples de 7 ?
2. A et B sont-ils divisibles par 6 ?
3. 18 est-il un diviseur de A ? de B ?
4. Quel est le plus grand diviseur commun de A et B ?
5. 72 est-il un diviseur de $A \times B$?

III (6 points) Des archéologues doivent explorer un terrain rectangulaire dont les dimensions sont 6.6 m et 8.58 m. Pour faciliter la fouille, le terrain va être divisé en carrés identiques dont chaque côté est un nombre entier de cm.

1. Peut-on quadriller le terrain avec des carrés de 33 cm de côté ?
2. Décomposer 660 et 858 en produits de facteurs premiers.
3. En utilisant cette décomposition, déterminer un carré permettant de quadriller tout le terrain et dont la longueur du côté est supérieure à 33 cm.
Combien faudra-t-il alors de carrés pour quadriller le terrain ?

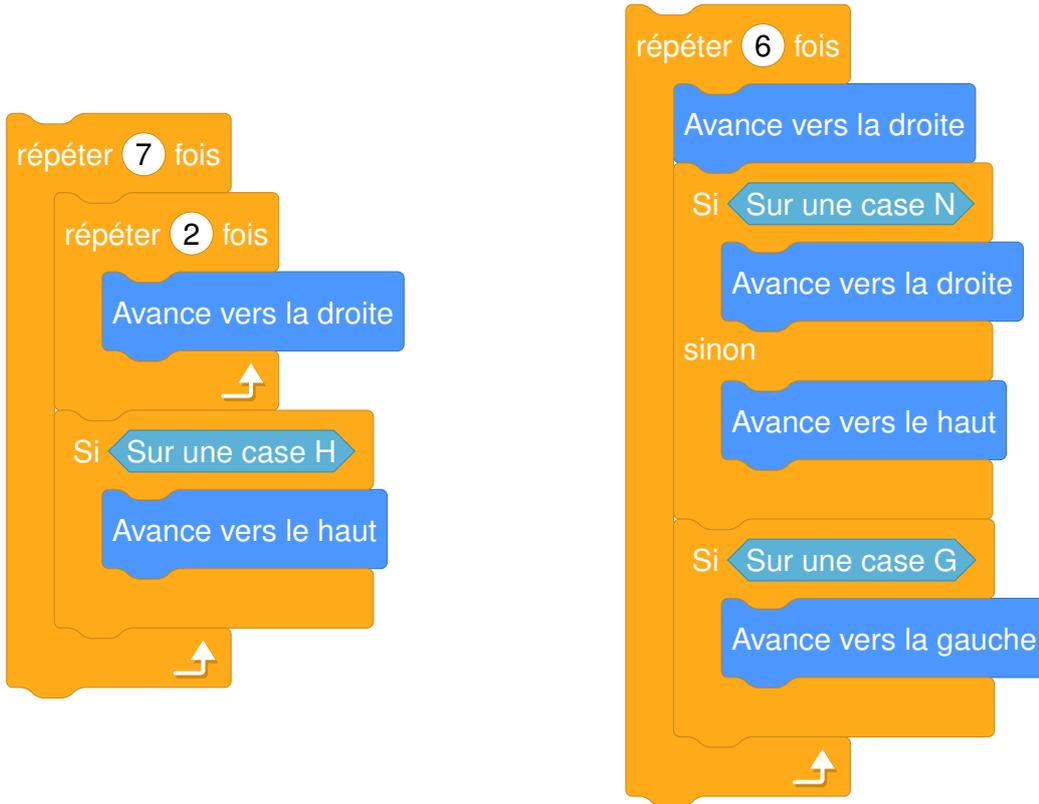
IV (4 points)

1. a) Donner l'ensemble \mathcal{D}_{24} des diviseurs positifs de 24. Combien y en a-t-il ?
b) Donner l'ensemble \mathcal{D}_{49} des diviseurs positifs de 49. Combien y en a-t-il ?
c) Donner l'ensemble \mathcal{D}_{64} des diviseurs positifs de 64. Combien y en a-t-il ?
2. Chloé affirme qu'un nombre est un carré si et seulement si le nombre de ses diviseurs est impair. Est-ce vrai ? faux ? Justifier succinctement.

On dit qu'un nombre est un carré s'il peut s'écrire comme le carré d'un entier. Par exemple 49 est un carré car $49 = 7^2$.

V (3 points)

- Dessine en bleu le parcours du robot lors de l'exécution du premier programme.
- Dessine en rouge le parcours du robot lors de l'exécution du deuxième programme.



			N										N		
H			I												
		G						H							
					N								H		
				G										G	
									H	H					
		N					H							G	
			H	H			H			H					

VI* Par combien de 0 se termine le nombre $150!$?
 Pour rappel $150! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 150$.

VII* Un nombre pair s'écrit sous la forme $2p$ avec p entier.
 Un nombre impair s'écrit sous la forme $2p + 1$ avec p entier.
 Montrer que :

- La somme de deux nombres impair est toujours paire.
- Le produit d'un nombre pair et d'un autre nombre entier est pair.
- Le produit de deux imapirs est toujours impair.
- Le carré d'un nombre pair est pair.
- Le carré d'un nombre impair est impair.
- Si le carré d'un entier est pair alors cet entier est pair
- Si le carré d'un entier est impair alors cet entier est impair