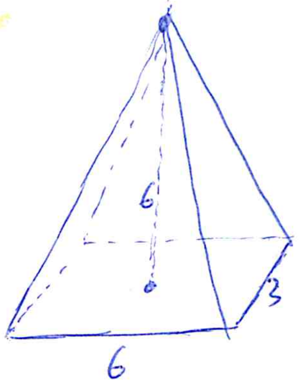
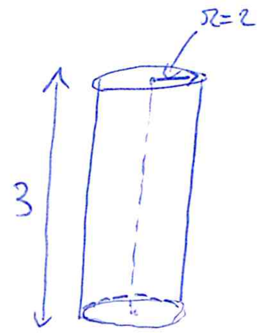
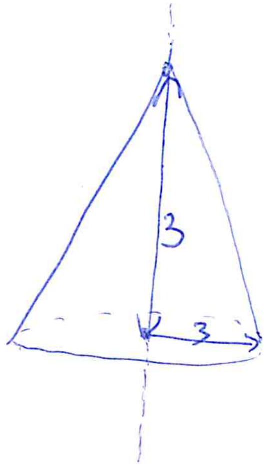
DS 15 - espace

I







$Vol(\text{pyramide}) = \frac{1}{3}\,\text{base} \times \text{hauteur}$

$= \frac{1}{3} \cdot 3 \times 6 \times 6 = 36 \text{ cm}^3$

$Vol(\text{cylindre}) = \text{base} \times \text{hauteur}$

$= \pi r^2 \times h$

$= \pi \times 2^2 \times 3 = 12\pi \approx 37{,}7 \text{ cm}^3$

$Vol(\text{cône}) = \frac{1}{3}\,\text{base} \times \text{hauteur}$

$= \frac{1}{3} \cdot \pi r^2 \times h$

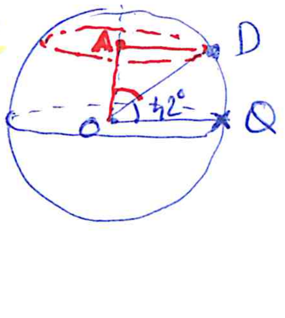
$= \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3^2 \times 3 = 9\pi \approx 28{,}2 \text{ cm}^3$

$Vol(\text{boule}) = \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3}\pi \cdot 2^3 = \frac{32}{3}\pi \approx 33{,}5 \text{ cm}^3$

Au final : $\boxed{Vol(\text{cône}) \leq Vol(\text{boule}) \leq Vol(\text{pyramide}) \leq Vol(\text{cylindre})}$

II



① d'après l'énoncé : $\widehat{QOD} = 42°$

Alors $\widehat{DOA} = 90 - \widehat{QOD} = 90 - 42 = 48°$

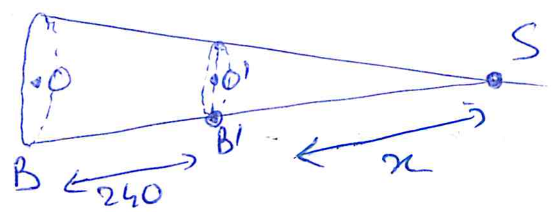
② Par trigonométrie dans DAO rectangle, on a

$\sin(\widehat{DOA}) = \frac{AD}{OD}$ donc $AD = OD \times \sin(\widehat{DOA})$

$= 6371 \times \sin(48) \approx 4735 \text{ km}$

La longueur du parallèle est $\boxed{L = 2\pi AD \approx 29748 \text{ km}}$

III ① les plans de section sont parallèles
donc le petit cône de base le disque de diamètre [A'B'] et
hauteur SO' est une réduction du grand cône ayant
pour sommet S et base le disque de diamètre [AB].
le rapport de réduction est $k = \frac{A'B'}{AB} = \frac{1}{2}$.
La figure se modélise par



On a donc $SB' = k\,SB$

Si on note $x = SB'$, alors $SB = x + 240$

et donc $x = k.(x+240)$ donc $x = \frac{1}{2}(x+240)$

donc $2x = x + 240$ donc $x = 240$

ainsi $\boxed{SB = SB' + BB' = 480}$.

② le triangle SOB est rectangle en O, donc par th de pythagore

$OB^2 + OS^2 = BS^2$ donc $OS^2 = BS^2 - OB^2$
$= 480^2 - 30^2$
$= 229\,500$ et donc $\boxed{OS = \sqrt{229500} \approx 479 \text{ cm}}$

③ Le volume d'air dans la manche à air est

$V = \text{Vol(grand cône)} - \text{Vol(petit cône)}$ et $\text{Vol(petit cône)} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \text{Vol(grand cône)}$

$= \text{Vol}(GC) - \left(\frac{1}{2}\right)^3 \text{Vol}(GC)$
$= \text{Vol}(GC)\left(1 - \frac{1}{8}\right)$
$= \frac{7}{8} \text{Vol}(GC)$

$\text{Vol}(GC) = \frac{1}{3}$ base x hauteur
$= \frac{1}{3}\pi\, 30^2 \times OS$

donc $V = \frac{7}{8} \times \frac{1}{3} \times \pi \times 30^2 \times \sqrt{229500} \approx 395067 \text{ cm}^3$