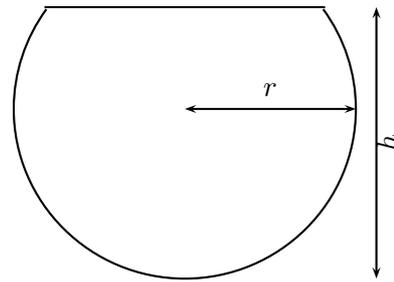


Devoir de Mathématiques N° 18 : Espace (1h)

I 5 points

Un aquarium a la forme d'une sphère de 10 cm de rayon, coupée en sa partie haute : c'est une « calotte sphérique ». La hauteur totale de l'aquarium est 18 cm.



1. Le volume d'une calotte sphérique est donné par la formule :

$$V = \frac{\pi}{3} \times h^2 \times (3r - h)$$

où r est le rayon de la sphère et h est la hauteur de la calotte sphérique.

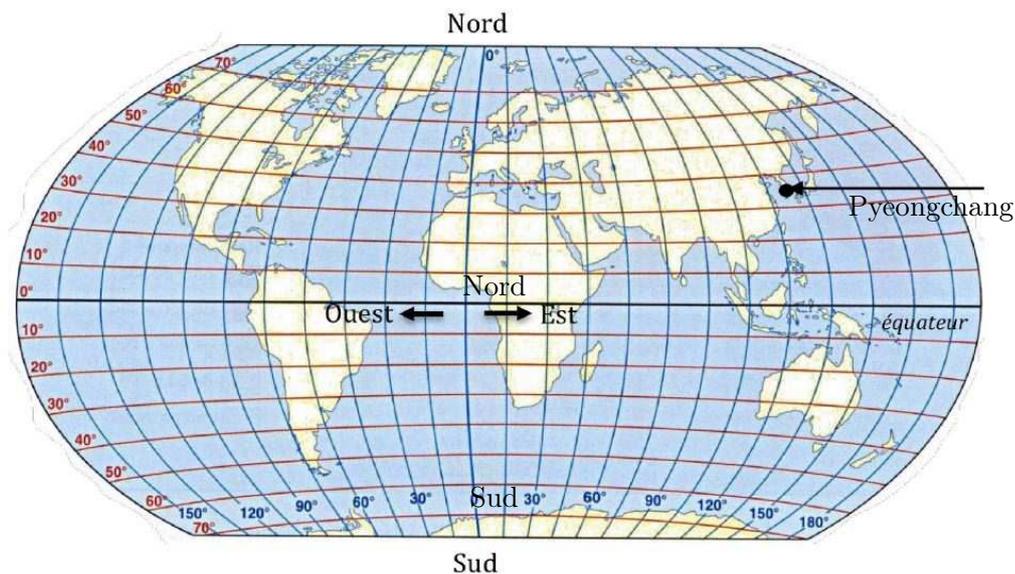
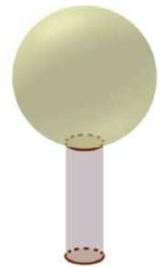
- a) Prouver que la valeur exacte du volume en cm^3 de l'aquarium est $1\,296\pi$.
 - b) Donner la valeur approchée du volume de l'aquarium au litre près.
2. On remplit cet aquarium à ras bord, puis on verse la totalité de son contenu dans un autre aquarium parallélépipédique. La base du nouvel aquarium est un rectangle de 15 cm par 20 cm. Déterminer la hauteur atteinte par l'eau (on arrondira au cm).

II (7 points)

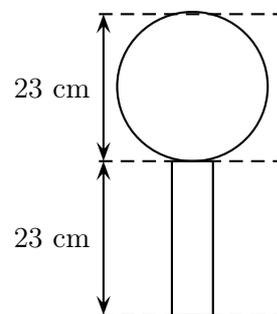
Le gros globe de cristal est un trophée attribué au vainqueur de la coupe du monde de ski. Ce trophée pèse 9 kg et mesure 46 cm de hauteur.

1. Le biathlète français Martin Fourcade a remporté le sixième gros globe de cristal de sa carrière en 2017 à Pyeongchang en Corée du Sud.

Donner approximativement la latitude et la longitude de ce lieu repéré sur la carte ci-dessous.



- On considère que ce globe est composé d'un cylindre en cristal de diamètre 6cm, surmonté d'une boule de cristal. Voir schéma ci - contre. Montrer qu'une valeur approchée du volume de la boule de ce trophée est de $6\,371\text{ cm}^3$.
- Marie affirme que le volume de la boule de cristal représente environ 90% du volume total du trophée.
A-t-elle raison ?



Rappels :

volume d'une boule de rayon R : $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

volume d'un cylindre de rayon r et de hauteur h : $V = \pi r^2 h$.

III (6 points)

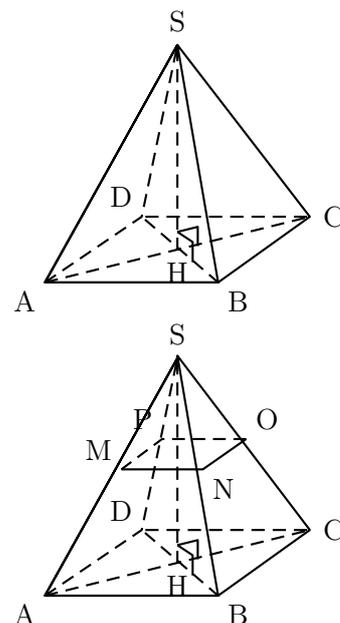
Une pyramide régulière de sommet S a pour base le carré $ABCD$ telle que son volume V est égal à 108 cm^3 .

Sa hauteur $[SH]$ mesure 9 cm .

Le volume d'une pyramide est donné par la relation :

Volume d'une pyramide = aire de la base \times hauteur $\times \frac{1}{3}$.

- Vérifier que l'aire de $ABCD$ est bien 36 cm^2 .
 - En déduire la valeur de AB .
 - Montrer que le périmètre du triangle ABC est égal à $12 + 6\sqrt{2}\text{ cm}$.
- $SMNOP$ est une réduction de la pyramide $SABCD$.
On obtient alors la pyramide $SMNOP$ telle que l'aire du carré $MNOP$ soit égale à 4 cm^2 .
 - Calculer le volume de la pyramide $SMNOP$.
 - Elise pense que pour obtenir le périmètre du triangle MNO , il suffit de diviser le périmètre du triangle ABC par 3.
Êtes-vous d'accord avec elle ?



IV Bonus only Bordeaux et Belgrade sont sur le même parallèle à $44,5^\circ\text{ N}$. Par contre Bordeaux est presque sur le méridien de Greenwich à $0,5^\circ$ Ouest et Belgrade est à $20,5^\circ$ Est. Sachant que le rayon de la terre est de 6371 km , quelle est la distance qui sépare Bordeaux de Belgrade ? *N'oubliez pas de faire un dessin*