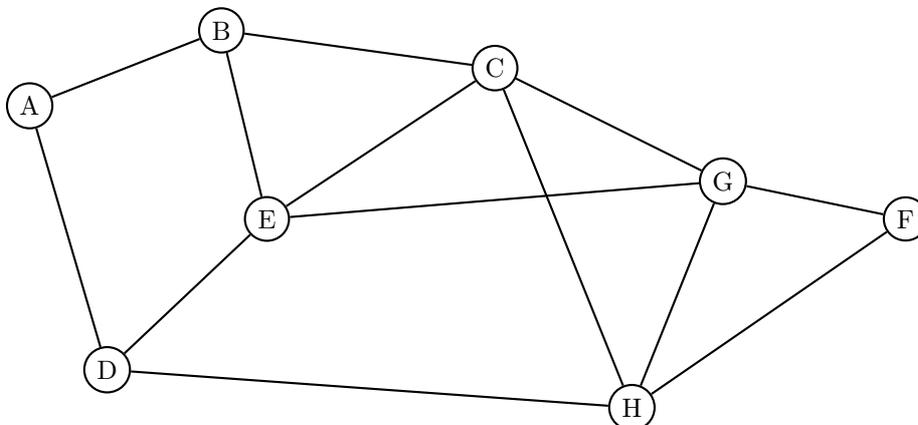


Devoir Mathématiques N° 2 (30mn)

1 Lors d'une campagne électorale, un homme politique doit effectuer une tournée dans les villes A, B, C, D, E, F, G et H, en utilisant le réseau autoroutier. Le graphe \mathcal{G} ci-dessous, représente les différentes villes de la tournée et les tronçons d'autoroute reliant ces villes (une ville est représentée par un sommet, un tronçon d'autoroute par une arête) :

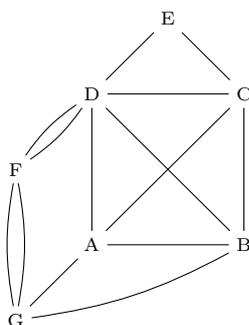


1. Déterminer, en justifiant, si le graphe \mathcal{G} est :
 - a) complet ;
 - b) connexe.
2. a) Justifier qu'il est possible d'organiser la tournée en passant au moins une fois par chaque ville, tout en empruntant une fois et une seule chaque tronçon d'autoroute.
 - b) Citer un trajet de ce type.
3. On appelle M la matrice d'adjacence associée au graphe \mathcal{G} (les sommets étant pris dans l'ordre alphabétique).
 - a) Déterminer la matrice M .
 - b) On donne la matrice

$$M^3 = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 3 & 5 & 1 & 1 & 4 & 1 \\ 5 & 2 & 7 & 2 & 8 & 3 & 3 & 5 \\ 3 & 7 & 6 & 4 & 9 & 3 & 9 & 10 \\ 5 & 2 & 4 & 0 & 9 & 2 & 3 & 8 \\ 1 & 8 & 9 & 9 & 4 & 4 & 10 & 4 \\ 1 & 3 & 3 & 2 & 4 & 2 & 6 & 6 \\ 4 & 3 & 9 & 3 & 10 & 6 & 6 & 9 \\ 1 & 5 & 10 & 8 & 4 & 6 & 9 & 4 \end{pmatrix}$$

Déterminer, en justifiant, le nombre de chemins de longueur 3 reliant E à H. Préciser ces chemins.

2 Donner (s'il existe) le cycle ou la chaîne Eulerienne du graphe suivant. Justifier.



3 Représenter un graphe dont les sommets sont notés A, B, C et D et tels que $\deg(A) = 2$, $\deg(B) = 3$, $\deg(C) = 2$ et $\deg(D) = 3$.