

Devoir Mathématiques N^o 1 (1h30)

1 Soit M la matrice :

$$M = \begin{pmatrix} 1 & -5 & 4 \\ 1 & -3 & -1 \\ 2 & 9 & -1 \\ 3 & -6 & 2 \end{pmatrix}$$

1. Donner la taille de cette matrice.
2. Donner la valeur des éléments a_{11} , a_{23} , a_{33} et a_{12} de cette matrice.

2 Dans chacun des cas suivants, préciser si le produit $A \times B$ existe et, si oui, le calculer.

1. $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 5 & -2 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$		2. $A = \begin{pmatrix} 14 & -5 \\ 7 & 6 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -1 & 6 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$
--	--	---

3 On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$

1. Montrer que la matrice A est inversible.
2. Déterminer, **à la main**, l'inverse de la matrice A .

4 Soit le système $\begin{cases} 3x + 4y = 10 \\ x + 2y = 8 \end{cases}$

On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

1. Montrer que la matrice A est inversible.
2. Écrire sous forme matricielle ce système.
3. Résoudre **à l'aide de la calculatrice** ce système.

5 L'entreprise Ultra-Eau fournit ses clients en recharges pour les fontaines à eau et dispose des résultats antérieurs suivants :

Nombre de recharges en milliers	1	3	5
Coût total annuel de production en centaines d'euros	11	27,4	83

Le coût total de production est modélisé par une fonction C définie pour tout nombre réel x de l'intervalle $[0; 10]$ par :

$$C(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 10 \quad a, b \text{ et } c \text{ sont des nombres réels.}$$

Lorsque le nombre x désigne le nombre de milliers de recharges produites, $C(x)$ est le coût total de production en centaines d'euros.

1. Montrer que le triplet (a, b, c) est solution du système (S) .

$$(S) \quad \begin{cases} a + b + c & = 1 \\ 27a + 9b + 3c & = 17,4 \\ 125a + 25b + 5c & = 73 \end{cases}$$

2. On pose $X = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$

- Écrire ce système sous la forme $MX = Y$ où M et Y sont des matrices que l'on précisera.
 - On admet que la matrice M est inversible. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, le triplet (a, b, c) solution du système (S) .
3. En utilisant cette modélisation, quel serait le coût total annuel de production pour 8 000 recharges d'eau produites ?