

DS 3. M^e TES

25/01/13

- I ① Le sentier ①-③-②-④-⑤-⑥-⑧-⑦-⑨-⑩ passe par tous les sommets mais n'utilise pas tous les sentiers.
- ② Dressons le tableau des degrés du graphe.

Sommet	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩
Degré	3	4	4	4	4	3	3	4	3	2

Le graphe a donc plus de 2 sommets de degré impair (3 sommets) donc d'après le théorème d'Euler, il n'admet pas de chaîne Eulerienne.

Il n'y a donc pas de chemin allant de D à A et empruntant tous les sentiers une et une seule fois.

③ a) le nombre $m_{2,4}^{(5)} = 89$ représente le nombre de parcours possibles entre le sommet ② (Passerelle) et le sommet ④ (cal des 4 vents) comptant 5 arêtes (c.à.d 4 étapes remarquables).

⑤ Le nombre d'itinéraire allant de D à A en 5 sentiers est donné par le coefficient $m_{1,10}^{(5)} = 31$ de la matrice M^5 .

Il y a donc 31 possibilités.

par exemple ①-②-⑤-⑦-⑧-⑩
 ↑
 pic rouge.

(4) L'itinéraire allant de D à A le plus court sera donné par l'algorithme de Dijkstra.

①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩
∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
35 _①	15 _①	90 _①	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
35 _①		90 _①	∞	40 _③	∞	105 _③	∞	∞	∞
		90 _①	25 _②	40 _③	∞	105 _③	∞	∞	∞
		90 _①	80 _④		∞	95 _⑥	∞	∞	∞
		90 _①				90 _⑤	95 _⑥	∞	∞
						90 _⑤	95 _⑥	135 _④	∞
							95 _⑥	110 _⑦	∞
								110 _⑦	135 _⑧
									130 _⑨

Le temps minimal pour aller de D à A est de 130 min.
Il passe par les lieux ①-③-⑥-⑤-⑦-⑨-⑩

II ① les mots MURES et MIRS sont reconnus, pas le mot MIRS.

② la matrice H est

$$H = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Pour trouver le nombre de mots de 4 lettres reconnus par le graphe il faut lire le coefficient $m_{14}^{(4)}$ de la matrice H^4 .

On a $H^4 = \begin{pmatrix} 0 & 8 & 12 & 4 \\ 0 & 16 & 32 & 12 \\ 0 & 0 & 16 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

donc il y a 4 mots de 4 lettres reconnus par le graphe :
MURS; MIRS; MIRS; MIRS.