

## Devoir Mathématiques N<sup>o</sup> 1 (1h30)

---

### 1 (4 points)

1. Donner une matrice carrée d'ordre 3.
2. Donner une matrice diagonale d'ordre 2
3. On donne la matrice  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \\ 10 & 11 & 12 \end{pmatrix}$  et  $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ 
  - a) Quelle est la taille de la matrice  $A$  ?
  - b) Donner les coefficients  $a_{32}$  et  $a_{13}$ .
  - c) Calculer  $A \times B$  en détaillant les calculs.
  - d) Peut-on calculer  $B \times A$  ? Pourquoi ? (on ne demande pas de calculer  $B \times A$  si cela est possible)

### 2 (3 points)

On donne la matrice  $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$

1. Justifier que l'inverse de  $A$  existe.
2. Déterminer la matrice  $A^{-1}$  par le calcul.

### 3 (5 points)

On note  $(S)$  le système d'équations : 
$$\begin{cases} a + b + c = 0 \\ 4a + 2b + c = 3 \\ 4a + b = 5 \end{cases}$$

1. Déterminer les matrices  $A$  et  $B$  telles que  $(S)$  s'écrive sous forme matricielle  $AX = B$  avec  $X = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$
2. Déterminer  $A^{-1}$  et en déduire la solution du système  $S$ . (Les résultats pourront être donnés avec la calculatrice)

### 4 (4 points)

Une entreprise embauche des commerciaux, les uns sous contrat A travaillant 35 h et payés 550 € par semaine, les autres sous contrat B travaillant 20 h et payés 220 € par semaine. Le chef d'entreprise dispose de 370 h de travail et d'un budget de 5 060 € par semaine. On note  $x$  le nombre de personnes embauchées sous contrat A et  $y$  le nombre de personnes embauchées sous contrat B.

1. Traduire les informations précédentes par un système de deux équations à deux inconnues.
2. Écrire ce système sous forme matricielle et le résoudre. Donner le nombre de commerciaux embauchés : sous contrat A, sous contrat B

### 5 (4 points)

On considère la matrice  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

1. Calculer, à l'aide de la calculatrice, la matrice  $A^2$ .
2. Calculer  $\frac{1}{2}(A^2 - A)$ .
3. En déduire, à l'aide d'une factorisation, que  $A$  est inversible et donner une expression de  $A^{-1}$  (Ceci n'est pas à faire à la calculatrice).