

## DS 1

I

①  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$  est une matrice d'ordre 3.

②  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$  est une matrice diagonale d'ordre 2.

③ a)  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \\ 10 & 11 & 12 \end{pmatrix}$  est une matrice  $4 \times 3$ .

b)  $a_{32} = 8$  ;  $a_{13} = 3$

c)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \\ 10 & 11 & 12 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ -12 \\ -18 \\ -24 \end{pmatrix}$  ainsi  $A \times B = \begin{pmatrix} -6 \\ -12 \\ -18 \\ -24 \end{pmatrix}$   
 $= 4 \times (-1) + 5 \times 2 + 6 \times (-3)$

d) On ne peut pas calculer  $B \times A$

En effet nombre de colonnes de B : 2

nombre de lignes de A : 4 et  $2 \neq 4$

II

$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$

①  $\text{Det } A = 2 \times 5 = 10 \neq 0$ . donc A est inversible.

② Soit  $A^{-1} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$

## Devoir Mathématiques N° 1 (1h30)

**1** (4 points)0,5  
0,5

- Donner une matrice carrée d'ordre 3.
- Donner une matrice diagonale d'ordre 2

3. On donne la matrice  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \\ 10 & 11 & 12 \end{pmatrix}$  et  $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$

0,5

a) Quelle est la taille de la matrice  $A$  ?

1

b) Donner les coefficients  $a_{32}$  et  $a_{13}$ .

1

c) Calculer  $A \times B$  en détaillant les calculs.

0,5

d) Peut-on calculer  $B \times A$  ? Pourquoi ? (on ne demande pas de calculer  $B \times A$  si cela est possible)**2** (3 points)

On donne la matrice  $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$

1  
0,5+1,5

- Justifier que l'inverse de  $A$  existe.
- Déterminer la matrice  $A^{-1}$  par le calcul.

**3** (5 points)

On note  $(S)$  le système d'équations :

$$\begin{cases} a + b + c = 0 \\ 4a + 2b + c = 3 \\ 4a + b = 5 \end{cases}$$

- Déterminer les matrices  $A$  et  $B$  telles que  $(S)$  s'écrive sous forme matricielle  $AX = B$  avec  $X = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$
- Déterminer  $A^{-1}$  et en déduire la solution du système  $S$ . (Les résultats pourront être donnés avec la calculatrice)

**4** (4 points)

Une entreprise embauche des commerciaux, les uns sous contrat A travaillant 35 h et payés 550 € par semaine, les autres sous contrat B travaillant 20 h et payés 220 € par semaine. Le chef d'entreprise dispose de 370 h de travail et d'un budget de 5 060 € par semaine. On note  $x$  le nombre de personnes embauchées sous contrat A et  $y$  le nombre de personnes embauchées sous contrat B.

2  
2

- Traduire les informations précédentes par un système de deux équations à deux inconnues.
- Écrire ce système sous forme matricielle et le résoudre. Donner le nombre de commerciaux embauchés : sous contrat A, sous contrat B

**5** (4 points)

On considère la matrice  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

1

1. Calculer, à l'aide de la calculatrice, la matrice  $A^2$ .

1

2. Calculer  $\frac{1}{2}(A^2 - A)$ .

2

3. En déduire, à l'aide d'une factorisation, que  $A$  est inversible et donner une expression de  $A^{-1}$  (Ceci n'est pas à faire à la calculatrice).

On a  $A \times A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2a+4c & 2b+4d \\ 5c & 5d \end{pmatrix}$$

donc on a  $\begin{cases} 2a+4c = 1 \\ 2b+4d = 0 \\ 5c = 0 \\ 5d = 1 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ d = 1/5 \\ 2a = 1 - 4c \\ 2b = \underbrace{-4d}_{-4/5} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ d = 1/5 \\ a = 1/2 \\ b = \frac{-4/5}{2} = -2/5 \end{cases}$$

On a donc

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & -2/5 \\ 0 & 1/5 \end{pmatrix}$$

III (S)  $\Leftrightarrow \begin{cases} a+b+c = 0 \\ 4a+2b+c = 3 \\ 4a+b = 5 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow AX = B$$

avec  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 0 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}; X = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$

## Devoir Mathématiques N<sup>o</sup> 1 (1h30)

---

**1** (4 points)

1. Donner une matrice carrée d'ordre 3.
2. Donner une matrice diagonale d'ordre 2
3. On donne la matrice  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \\ 10 & 11 & 12 \end{pmatrix}$  et  $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ .
  - a) Quelle est la taille de la matrice  $A$  ?
  - b) Donner les coefficients  $a_{32}$  et  $a_{13}$ .
  - c) Calculer  $A \times B$  en détaillant les calculs.
  - d) Peut-on calculer  $B \times A$  ? Pourquoi ? (on ne demande pas de calculer  $B \times A$  si cela est possible)

**2** (3 points)

On donne la matrice  $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$

1. Justifier que l'inverse de  $A$  existe.
2. Déterminer la matrice  $A^{-1}$  par le calcul.

**3** (5 points)

On note  $(S)$  le système d'équations : 
$$\begin{cases} a + b + c = 0 \\ 4a + 2b + c = 3 \\ 4a + b = 5 \end{cases}$$

1. Déterminer les matrices  $A$  et  $B$  telles que  $(S)$  s'écrive sous forme matricielle  $AX = B$  avec  $X = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$
2. Déterminer  $A^{-1}$  et en déduire la solution du système  $S$ . (Les résultats pourront être donnés avec la calculatrice)

**4** (4 points)

Une entreprise embauche des commerciaux, les uns sous contrat A travaillant 35 h et payés 550 € par semaine, les autres sous contrat B travaillant 20 h et payés 220 € par semaine. Le chef d'entreprise dispose de 370 h de travail et d'un budget de 5 060 € par semaine. On note  $x$  le nombre de personnes embauchées sous contrat A et  $y$  le nombre de personnes embauchées sous contrat B.

1. Traduire les informations précédentes par un système de deux équations à deux inconnues.
2. Écrire ce système sous forme matricielle et le résoudre. Donner le nombre de commerciaux embauchés : sous contrat A, sous contrat B

**5** (4 points)

On considère la matrice  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

1. Calculer, à l'aide de la calculatrice, la matrice  $A^2$ .
2. Calculer  $\frac{1}{2}(A^2 - A)$ .
3. En déduire, à l'aide d'une factorisation, que  $A$  est inversible et donner une expression de  $A^{-1}$  (Ceci n'est pas à faire à la calculatrice).

② A l'aide de la calculatrice  $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -4 & 4 & -3 \\ 4 & -3 & 2 \end{pmatrix}$

On a (S)  $\Leftrightarrow AX = B$

$$\Leftrightarrow A^{-1}AX = A^{-1}B \quad (\times A^{-1} \text{ à gauche})$$

$$\Leftrightarrow IX = A^{-1}B$$

$$\Leftrightarrow X = A^{-1}B$$

donc  $X = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$  à la calculatrice

Ainsi la solution du système est  $(2, -3, 1)$

- IV ① Contrat A :  $x$  personnes ; 35h et 550 € la semaine  
Contrat B :  $y$  personnes ; 20h et 220 € la semaine  
Au total : 370 heures et 5060 €

On a donc le système suivant :

$$\begin{cases} 35x + 20y = 370 \\ 550x + 220y = 5060 \end{cases}$$

② Le système équivaut à  $AX = B$  avec  $A = \begin{pmatrix} 35 & 20 \\ 550 & 220 \end{pmatrix}$   
 $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  ;  $B = \begin{pmatrix} 370 \\ 5060 \end{pmatrix}$

et  $\det A = -3300 \neq 0 \Rightarrow A$  inversible

## Devoir Mathématiques N<sup>o</sup> 1 (1h30)

---

**1** (4 points)

1. Donner une matrice carrée d'ordre 3.
2. Donner une matrice diagonale d'ordre 2
3. On donne la matrice  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \\ 10 & 11 & 12 \end{pmatrix}$  et  $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ 
  - a) Quelle est la taille de la matrice  $A$ ?
  - b) Donner les coefficients  $a_{32}$  et  $a_{13}$ .
  - c) Calculer  $A \times B$  en détaillant les calculs.
  - d) Peut-on calculer  $B \times A$ ? Pourquoi? (on ne demande pas de calculer  $B \times A$  si cela est possible)

**2** (3 points)

On donne la matrice  $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$

1. Justifier que l'inverse de  $A$  existe.
2. Déterminer la matrice  $A^{-1}$  par le calcul.

**3** (5 points)

On note  $(S)$  le système d'équations : 
$$\begin{cases} a + b + c = 0 \\ 4a + 2b + c = 3 \\ 4a + b = 5 \end{cases}$$

1. Déterminer les matrices  $A$  et  $B$  telles que  $(S)$  s'écrive sous forme matricielle  $AX = B$  avec  $X = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$
2. Déterminer  $A^{-1}$  et en déduire la solution du système  $S$ . (Les résultats pourront être donnés avec la calculatrice)

**4** (4 points)

Une entreprise embauche des commerciaux, les uns sous contrat A travaillant 35 h et payés 550 € par semaine, les autres sous contrat B travaillant 20 h et payés 220 € par semaine. Le chef d'entreprise dispose de 370 h de travail et d'un budget de 5 060 € par semaine. On note  $x$  le nombre de personnes embauchées sous contrat A et  $y$  le nombre de personnes embauchées sous contrat B.

1. Traduire les informations précédentes par un système de deux équations à deux inconnues.
2. Écrire ce système sous forme matricielle et le résoudre. Donner le nombre de commerciaux embauchés : sous contrat A, sous contrat B

**5** (4 points)

On considère la matrice  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

1. Calculer, à l'aide de la calculatrice, la matrice  $A^2$ .
2. Calculer  $\frac{1}{2}(A^2 - A)$ .
3. En déduire, à l'aide d'une factorisation, que  $A$  est inversible et donner une expression de  $A^{-1}$  (Ceci n'est pas à faire à la calculatrice).

$$AX = B \Leftrightarrow A^{-1}AX = A^{-1}B$$

$$\Leftrightarrow X = A^{-1}B$$

donc  $X = \begin{pmatrix} 6 \\ 8 \end{pmatrix}$  à la calculatrice.

Il y a donc 6 personnes sous contrat A et 8 personnes sous contrat B.

①  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$  et on a alors  $A^2 = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ .

②  $\frac{1}{2}(A^2 - A) = \frac{1}{2} \left( \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \right)$   
 $= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

donc  $\frac{1}{2}(A^2 - A) = I$

③ donc par factorisation  $A \cdot \frac{1}{2}(A - I) = I$

ainsi A inversible et  $A^{-1} = \frac{1}{2}(A - I)$

$$= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

donc  $A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

## Devoir Mathématiques N° 1 (1h30)

---

**1** (4 points)

1. Donner une matrice carrée d'ordre 3.
2. Donner une matrice diagonale d'ordre 2
3. On donne la matrice  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \\ 10 & 11 & 12 \end{pmatrix}$  et  $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ 
  - a) Quelle est la taille de la matrice  $A$  ?
  - b) Donner les coefficients  $a_{32}$  et  $a_{13}$ .
  - c) Calculer  $A \times B$  en détaillant les calculs.
  - d) Peut-on calculer  $B \times A$  ? Pourquoi ? (on ne demande pas de calculer  $B \times A$  si cela est possible)

**2** (3 points)

On donne la matrice  $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$

1. Justifier que l'inverse de  $A$  existe.
2. Déterminer la matrice  $A^{-1}$  par le calcul.

**3** (5 points)

On note  $(S)$  le système d'équations : 
$$\begin{cases} a + b + c = 0 \\ 4a + 2b + c = 3 \\ 4a + b = 5 \end{cases}$$

1. Déterminer les matrices  $A$  et  $B$  telles que  $(S)$  s'écrive sous forme matricielle  $AX = B$  avec  $X = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$
2. Déterminer  $A^{-1}$  et en déduire la solution du système  $S$ . (Les résultats pourront être donnés avec la calculatrice)

**4** (4 points)

Une entreprise embauche des commerciaux, les uns sous contrat A travaillant 35 h et payés 550 € par semaine, les autres sous contrat B travaillant 20 h et payés 220 € par semaine. Le chef d'entreprise dispose de 370 h de travail et d'un budget de 5 060 € par semaine. On note  $x$  le nombre de personnes embauchées sous contrat A et  $y$  le nombre de personnes embauchées sous contrat B.

1. Traduire les informations précédentes par un système de deux équations à deux inconnues.
2. Écrire ce système sous forme matricielle et le résoudre. Donner le nombre de commerciaux embauchés : sous contrat A, sous contrat B

**5** (4 points)

On considère la matrice  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

1. Calculer, à l'aide de la calculatrice, la matrice  $A^2$ .
2. Calculer  $\frac{1}{2}(A^2 - A)$ .
3. En déduire, à l'aide d'une factorisation, que  $A$  est inversible et donner une expression de  $A^{-1}$  (Ceci n'est pas à faire à la calculatrice).