

Devoir N^o 4 : Généralités sur les fonctions

I (7 points)

Soit f une fonction ayant le tableau de variation suivant :

x	-8	-4	3	5	7	8
$f(x)$	2	6	0	-3	0	1

- 1. Quel est le domaine de définition D de f ?
- 2. Comparer si possible $f(-1)$ et $f\left(-\frac{2}{3}\right)$
- 3. Comparer si possible $f(-5)$ et $f(4)$
- 4. Comparer si possible $f(0)$ et $f(6)$
- 5. Résoudre l'inéquation $f(x) > 0$.
- 6. Combien 1 a-t-il d'antécédents ?
- 7. Quel est le minimum de f sur D ?

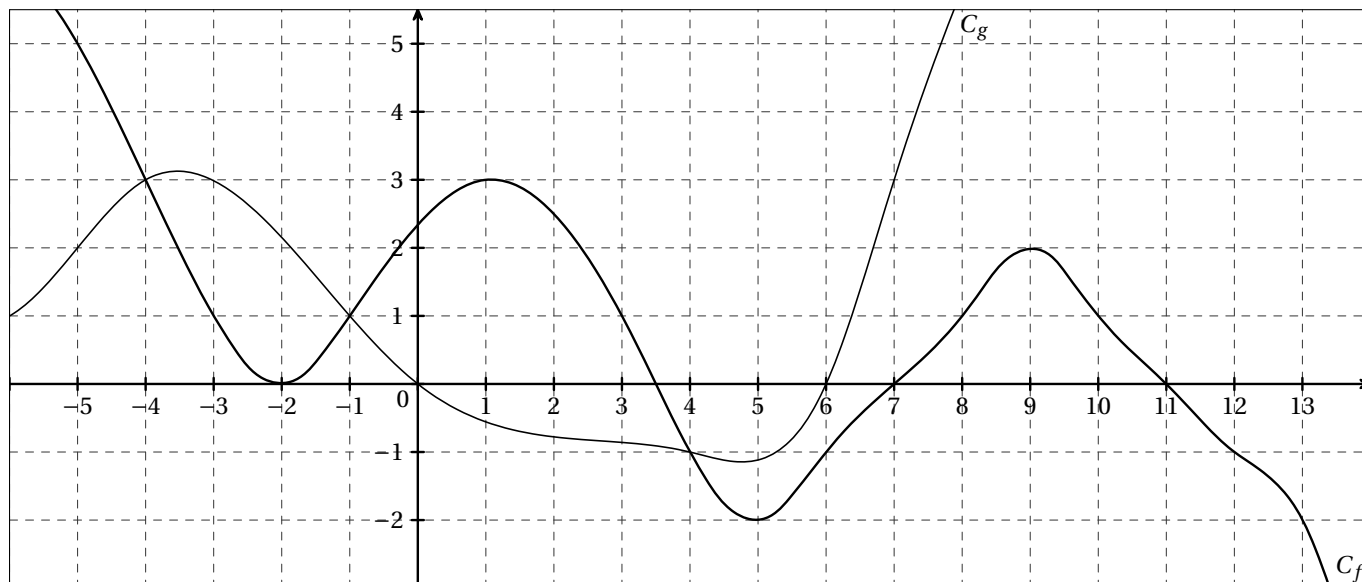
II (4 points) On donne l'algorithme suivant. Quel est son affichage ?

```
1 def teresa(x):
2     return 2x+2
3
4 h=0.5
5 a=-1
6 while a<2 :
7     if teresa(a) >=2:
8         print(a)
9         print("/")
10        a=a+h
```

.....

.....

III (12 points) On a représenté les courbes de deux fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$.



1. Déterminer les images par f de -1 et -2 .
2. Déterminer les antécédents éventuels de 1 , -1 par f .
3. Résoudre $f(x) = -1$.
4. Résoudre $f(x) \geq 1$.
5. Résoudre $f(x) < 3$.
6. Résoudre $g(x) = f(x)$.
7. Résoudre $f(x) < g(x)$.
8. Dresser le tableau de variations de f sur $[-5; 13]$.
9. Dresser le tableau de signes de g .
10. Déterminer selon les valeurs de k le nombre d'antécédents de k par f sur l'intervalle $]-\infty, 1]$.

IV (6 points) *Cet exercice est à faire uniquement à la calculatrice, aucune justification n'est demandée.*

Soit les fonctions f et g définies sur l'intervalle $[-4; 3]$ par : $f(x) = x^3 - 3x + 1$ et $g(x) = -x^2 - 4x + 7$.

Déterminer :

1. L'ensemble des solutions de $f(x) > 0$.

2. L'ensemble des solutions de $f(x) = g(x)$.

3. Le minimum de g .

4. Le maximum de f sur $\mathbb{R}_-$.

5. L'image de 3 par f

6. L'image de 0,345 par f .

V (4 points) Développer et réduire les expressions suivantes.

$$A = (3x - 2y)^2 - 2(3x - 4)$$

$$B = (x - 1)(x + 1) - 2 - (2x - 3)^2$$

VI (5 points) Résoudre les équations suivantes directement sur la copie.

$$(E_1) : 4x + 5 = 0$$

$$(E_2) : 6x - 4 = -4 + 6x$$

$$(E_3) : 6x = 6x + 1$$

$$(E_4) : (2x + 7)(3 - 4x)(3x + 4) = 0$$

$$(E_5) : 2x^2 + 7 = 0$$

VII (3 points) Montrer l'égalité suivante pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$:

$$\frac{2x}{x-1} - 2 = \frac{2}{x-1}$$

VIII (6 points) Résoudre en factorisant :

$$(E_1) : (2x-1)^2 - (x-1)(2x-1) = 0$$

$$(E_2) : (2x+1)^2 - (x-7)^2 = 0$$

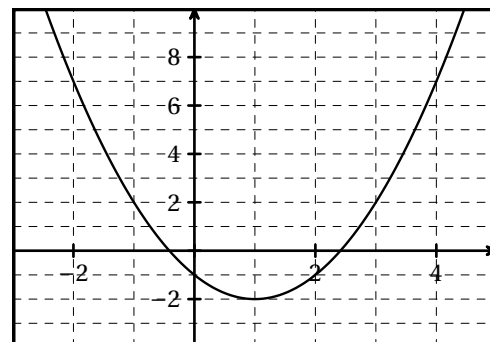
IX (9 points)

Attention, cet exercice est à traiter uniquement par le calcul. On considère la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 2x - 1$ dont vous trouverez le graphe ci-contre.

1. Quel est le domaine de définition de f ?
2. Les points suivants sont-ils des points de $\mathcal{C}_f$?
 - a) $A(3; 2)$
 - b) $B(-1, 5; 4)$
3. Déterminer les antécédents par f de -1 .
4. On donne $k(x) = x + 3$.
 - a) Préciser la nature de k et représenter k sur le graphique.
 - b) Montrer que pour $x \in \mathbb{R}$ on a

$$f(x) - k(x) = (x+1)(x-4)$$

- c) En déduire les points d'intersection de $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_k$.



X (4 points) On donne l'algorithme suivant. Quel est son affichage ?

```
1 n=6
2 Tant que n different de 1 :
3   Si n pair faire :
4     n = n/2
5   Sinon :
6     n=3n+1
7   FinSi
8   Afficher n
9 FinTantQue
```

.....

.....

.....

.....

(Par curiosité, je vous invite à vous documenter sur la suite de Syracuse...)