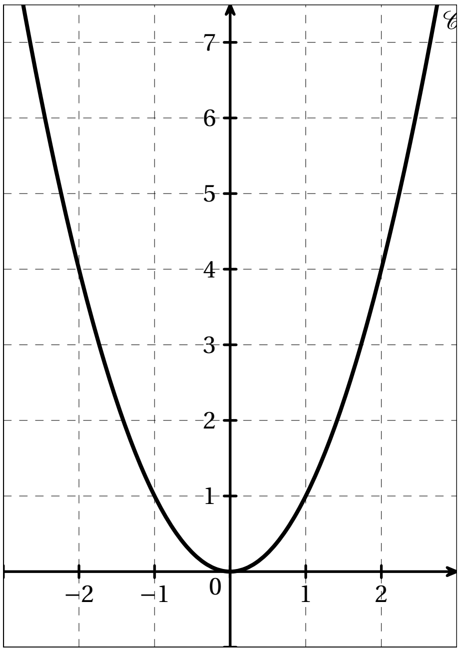
Devoir N^o 14 : La totale (2h)

I (4 points)

Soit $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ la fonction carrée définie par $f(x) = x^2$ et dont la représentation graphique est ci-contre. Soit A le point de $\mathscr{C}_f$ d'abscisse $-\dfrac{1}{2}$ et B celui d'abscisse 2.

1. Représenter A et B sur le graphique.
2. Déterminer l'équation de la droite (AB).
3. Quelle est la distance AB ?

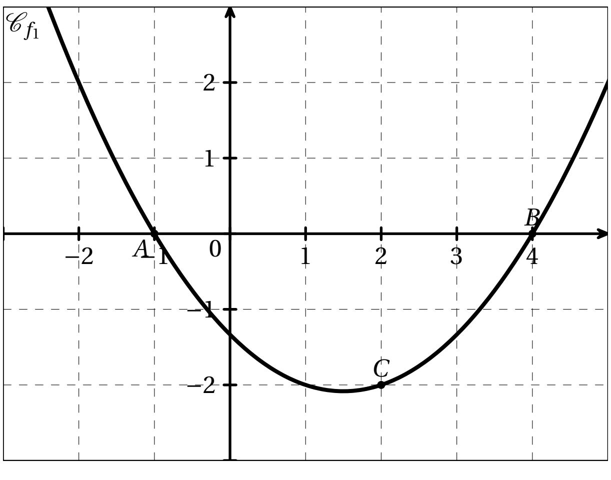


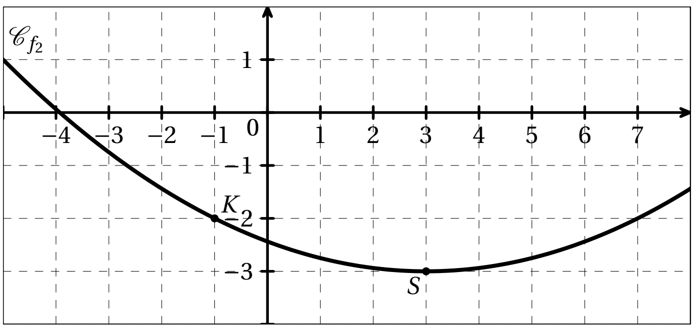
II (4 points)

Dans les graphiques ci-dessous on donne la représentation graphique de deux fonctions f_1 et f_2 polynômes de degré 2.

Nous avons A, B et C points de $\mathscr{C}_{f_1}$ et S,K points de $\mathscr{C}_{f_2}$.

1. Déterminer la fonction f_1. Vous l'écrirez sous la forme que vous désirez (développée, factorisée ou forme canonique).
2. Déterminer la fonction f_2. Vous l'écrirez sous la forme que vous désirez (développée, factorisée ou forme canonique).





III (3 points)

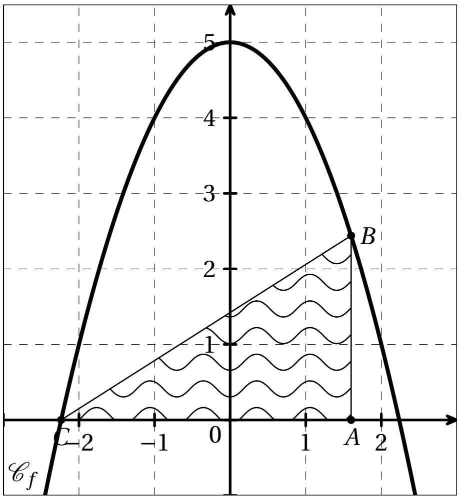
1. Donner un encadrement de $\dfrac{1}{x}$ dans chacun des deux cas suivants.

   (E_1) : $-3 < x < -1$ | (E_2) : $2 < x < 7$

2. Donner un encadrement de $\dfrac{1}{x^2}$ lorsque $-5 < x < -2$.

IV **(5 points)**

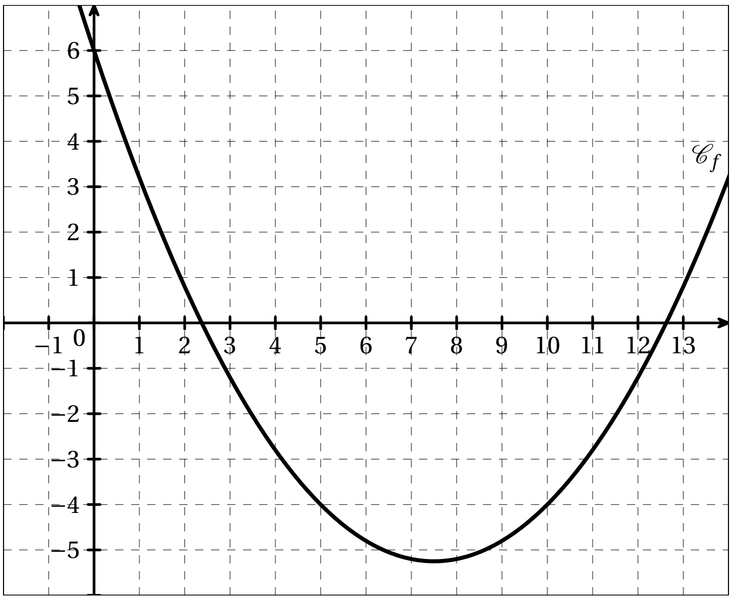
On définit la fonction f par $f(x) = 5 - x^2$ dont le graphe est sur la figure ci-contre. On note C le point d'intersection de la courbe $\mathscr{C}_f$ et de l'axe des abscisses.
A est un point mobile de l'axe des abscisses situé entre les deux points d'intersection de la courbe $\mathscr{C}_f$ et de l'axe des abscisses. On note x l'abscisse du point A.
On construit alors le triangle rectangle ABC au dessus de l'axe des abscisses comme sur le graphique ci-contre.
Le but est de déterminer la position du point A pour que l'aire obtenue soit maximale. On note $\mathscr{A}(x)$ l'aire en fonction de x du triangle ABC.



1. Déterminer les coordonnées des points d'intersection de $\mathscr{C}_f$ et de l'axe des abscisses.
2. Déterminer le domaine de définition de la fonction $\mathscr{A}$ (c'est-à-dire, quelles sont les valeurs possibles pour x).
3. Donner les coordonnées des points A, B et C puis la longueur AC et AB en fonction de x.
4. Déterminer l'expression de $\mathscr{A}(x)$ en fonction de x. Quelle est la nature de cette fonction ?
5. A l'aide de la calculatrice, déterminer pour quelle valeur de x cette aire est maximale et préciser alors combien vaut cette aire.

V **(6 points)**
Dans le graphique ci-dessous on donne la représentation graphique de la fonction f définie par $f(x) = 0.2x^2 - 3x + 6$.
On définit la fonction k par $k(x) = 6 - x$.

1. a) Quelle est la nature de f ? donner son tableau de variations.
   b) Quel est son minimum ?
2. Quelle est la nature de k ? Représentez k sur le graphique.
3. Résoudre graphiquement $f(x) < k(x)$.
4. a) Donner une forme factorisée de $f(x) - k(x)$.
   b) Quelle est la position relative de $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_k$?



VI **(3 points)** Montrer que la fonction $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ définie par l'expression ci-dessous est une constante que l'on déterminera.

$$f(x) = (2\cos x - \sin x)(2\cos x + \sin x) - 5\cos^2 x$$

VII **(3 points)** Une compagnie aérienne effectue des vols entre Madrid et 3 villes A,B et C. On note a, b et c le prix de chaque billet. On sait que

✳ 10 billets pour la ville A et 5 billets pour la ville B coûtent 1050 €

✳ 12 billets pour la ville A et 8 billets pour la ville B coûtent 1440 €

✳ 5 billets pour la ville A, 5 billets pour la ville B et 8 pour la ville C coûtent 1810 €

On souhaite déterminer les prix a, b et c.

1. Ecrire un système permettant de résoudre le problème.
2. Le résoudre à l'aide de la calculatrice.

VIII **(2 points)**
Dans cet exercice aucune justification n'est demandée

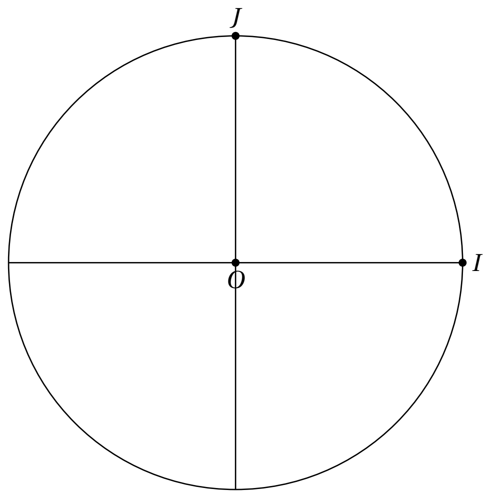
Sur le cercles trigonométrique ci-contre, placer les points A_i associé au réel donné.

A_1 associé à : $-\dfrac{5\pi}{6}$.

A_2 associé à : $\dfrac{39\pi}{4}$.

A_3 associé à : $\dfrac{1033\pi}{6}$.

A_4 associé à : $\dfrac{14\pi}{3}$.



IX **(5 points)** Résoudre dans l'mtervalle indiqué.

I_1 : $\sin x = 1$ dans $[-2\pi; 2\pi]$.

I_2 : $\cos x > -\dfrac{1}{2}$ dans $[0; 2\pi]$.

I_3 : $\sin x > -\dfrac{1}{2}$ dans $[-\pi; \pi]$.

X **(6 points)** Résoudre en utilisant les propriétés des fonctions de référence les équations et inéquations suivantes :

$I_1 :\ \ x^2 = 32$

$I_2 :\ \ x^2 > 8$

$I_3 :\ \ (x+3)^2 < 16$

$I_4 :\ \ \dfrac{1}{x^2} < 12$