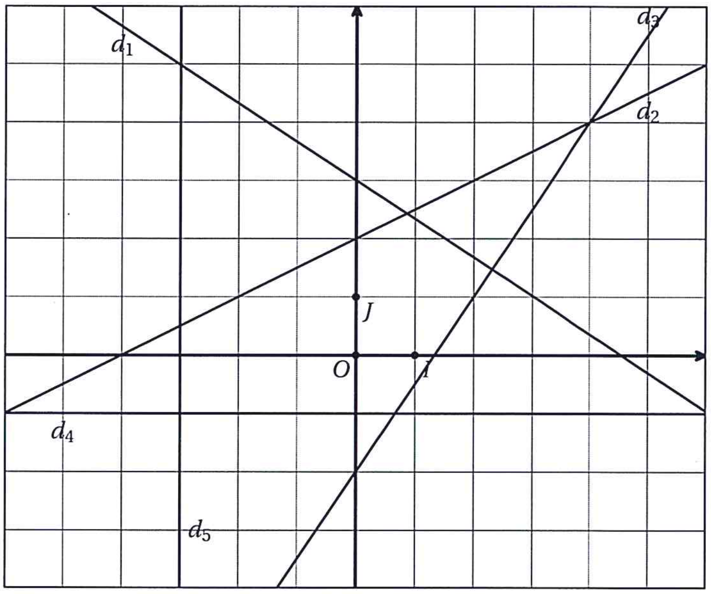
Devoir de Mathématiques N^o 5 (40mn)

0 Nom et prénom : Master

1

Par lecture graphique et avec la précision permise par le graphique déterminer les équations des droites d_1,d_2,d_3,d_4 et d_5.



d_1 : $y = -\frac{2}{3}x + 3$

d_2 : $y = \frac{1}{2}x + 2$

d_3 : $y = \frac{3}{2}x - 2$

d_4 : $y = -1$

d_5 : $x = -3$

2 On donne $A(-5;2)$, $B(1;3)$, $C(-2;-1)$, $D(-2;2)$, $E(2;\sqrt{2})$
Déterminer les équations des droites (AB), (CD), (AD) et (CE).

3 Déterminer si les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

1. $A(-9\ ;\ -2)$, $B(1\ ;\ 3)$, $C(6\ ;\ -4)$ et $D(2\ ;\ -6)$
2. $A(-1\ ;\ 2)$, $B(-1\ ;\ 3)$, $C(3\ ;\ 2)$ et $D(4\ ;\ 2)$

4 On donne $\Delta : y = \frac{\sqrt{2}}{3}x + 3$. Déterminer l'équation de Δ' passant par $A(3\sqrt{2};7)$ et parallèle à Δ.

5 L'algorithme suivant doit donner l'équation de la droite (AB). Complétez-le. Vous pouvez ensuite le programmer sur votre calculatrice ou un ordinateur.

Algorithme 2: Algorithme et droite

Variables
  x_A est un réel ; y_A est un réel;
  x_B est un réel ; y_B est un réel;
début
  Lire : x_A ;
  Lire : y_A;
  Lire x_B
  Lire y_B
  si $x_A = x_B$ **alors**
    Afficher : « L'équation est : $x =$ » . x_A
  sinon
    $m \leftarrow \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$
    $p \leftarrow y_A - m \times x_A$
    Afficher : « L'équation est : $y =$ » m « $x+$ » . p;
  fin
fin

II $A(-5;2)$; $B(1,3)$, $C(-2,-1)$, $D(-2,2)$, $E(2,\sqrt{2})$

① $x_A \neq x_B \Rightarrow (AB): y = mx + p$ avec $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{1}{6}$

donc $(AB): y = \frac{1}{6}x + p$

et $B(1,3) \in (AB) \Rightarrow 3 = \frac{1}{6} + p$ donc $p = \frac{17}{6}$

Finalement $\boxed{(AB): y = \frac{1}{6}x + \frac{17}{6}}$.

② $x_C = x_D = -2$

donc $(CD): x = -2$.

③ $y_A = y_D = 2$ donc $(AD): y = 2$

④ $x_C \neq x_E \Rightarrow (CE): y = mx + p$ avec $m = \frac{y_E - y_C}{x_E - x_C} = \frac{\sqrt{2}+1}{4}$

donc $(CE): y = \frac{\sqrt{2}+1}{4}x + p$

et $C(-2,-1) \in (CE) \Rightarrow -1 = \frac{\sqrt{2}+1}{4} \times (-2) + p$

$\Rightarrow p = -1 + \frac{\sqrt{2}+1}{2}$

$= \frac{\sqrt{2}-1}{2}$ donc $\boxed{(CE): y = \frac{\sqrt{2}+1}{4}x + \frac{\sqrt{2}-1}{2}}$

III Pour savoir si deux droites sont parallèles, on peut au choix comparer les coefficients directeurs ou bien regarder si les vecteurs directeurs sont colinéaires.

① $\vec{AB}\begin{pmatrix}10\\5\end{pmatrix}$; $\vec{CD}\begin{pmatrix}-4\\-2\end{pmatrix}$ et $xy' - x'y = -20 + 20 = 0$ donc $(AB) // (CD)$

② $\vec{AB}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$; $\vec{CD}\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$ et $xy' - x'y = -1 \neq 0$ donc (AB) et (CD) non parallèles.

IV $\Delta: y = \frac{\sqrt{2}}{3}x + 3$. On veut $\Delta // \Delta' \Rightarrow \Delta': y = \frac{\sqrt{2}}{3}x + p$

et $A(3\sqrt{2}, 7) \in \Delta'$ donc $7 = \frac{\sqrt{2}}{3} \times 3\sqrt{2} + p \Rightarrow p = 7 - 2 = 5$

Donc $\boxed{\Delta': y = \frac{\sqrt{2}}{3}x + 5}$.