

Devoir Mathématiques N° 11 (1 heure)

0 Nom et prénom :

1 (2 points)

Déterminer la fonction affine f qui satisfait $f(3) = 2$ et $f(5) = -3$.

2 (5,5 points)

Résoudre :

1. $(2x - 3)(1 - 3x) < 0$
2. $(x - 5)^2 \geq (x - 5)(1 - 5x)$
3. $x - 1 < \frac{1}{x - 1}$

3 (7 points)

1. Dresser le tableau de signe de

$$A(x) = \frac{(x - 1)(x + 1)^2}{x - 2}$$

2. Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a l'égalité

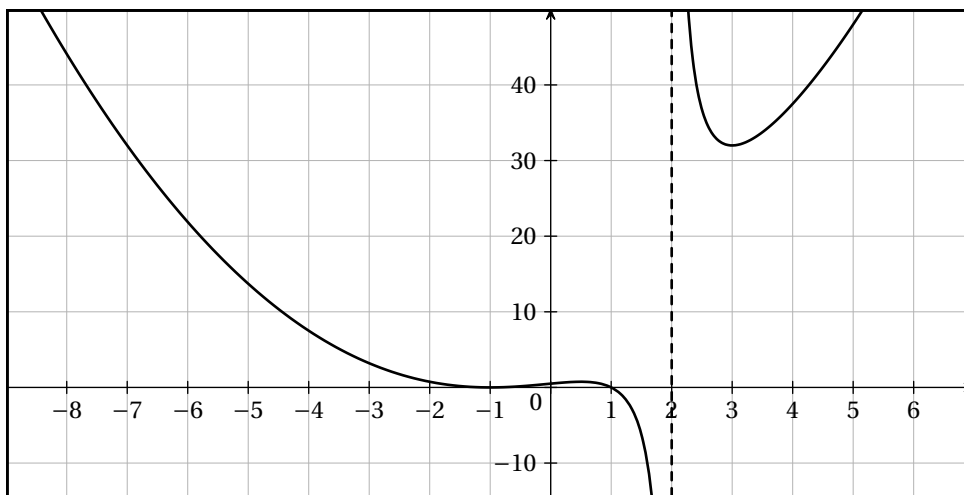
$$(x - 1)(x + 1)^2 = x^3 + x^2 - x - 1$$

3. Soit $f(x) = \frac{x^3 + x^2 - 3}{x - 2} - 1$ dont la courbe représentative se trouve sur le graphique ci-dessous.

- a) Résoudre graphiquement $f(x) \leq 0$.
- b) A l'aide des questions 1 et 2, résoudre par le calcul l'inéquation suivante :

$$\frac{x^3 + x^2 - 3}{x - 2} - 1 \leq 0$$

- c) Cela est-il cohérent avec la résolution graphique ?



4 (3 points)

Soit f une fonction strictement négative et croissante sur $\mathbb{R}$. Soit g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = (f(x))^2$. On souhaite établir le sens de variation de g sur $\mathbb{R}$. Pour cela on cherche à déterminer si la fonction g « garde ou conserve l'ordre ».

- Méthode 1 : Soient $a; b \in \mathbb{R}$ avec $a < b$.
 - Calculer $g(a) - g(b)$ et l'écrire sous forme factorisée.
 - En déduire le signe de $g(a) - g(b)$.
 - En déduire les variations de la fonction g .
- Méthode 2 : Soient $a; b \in \mathbb{R}$ avec $a < b$. Compléter le tableau suivant.

a	$\leq$	b	Justification
$f(a)$		$f(b)$	
$(f(a))^2$		$(f(b))^2$	
$g(a)$		$g(b)$	

et conclure :

5 (2,5 points)

On donne les fonctions suivantes :

- $f_1(x) = \frac{x^2}{2} - 2x + 3$ pour $x \in \mathbb{R}$.
- $f_2(x) = \frac{3x-6}{2x+4}$ pour $x \neq -2$.
- $f_3(x) = -\frac{x^2}{2} + x + 3$ pour $x \in \mathbb{R}$.
- $f_4(x) = \frac{-2x+2}{3-x}$ pour $x \neq 3$.
- $f_5(x) = x^2 + x - 4$ pour $x \in \mathbb{R}$.

Compléter les phrase suivantes par C_1, C_2, C_3, C_4, C_5

- La fonction f_1 a pour courbe représentative ...
- La fonction f_2 a pour courbe représentative ...
- La fonction f_3 a pour courbe représentative ...
- La fonction f_4 a pour courbe représentative ...
- La fonction f_5 a pour courbe représentative ...

