

Devoir Mathématiques N° 5 (1h30)

0 Nom et prénom :

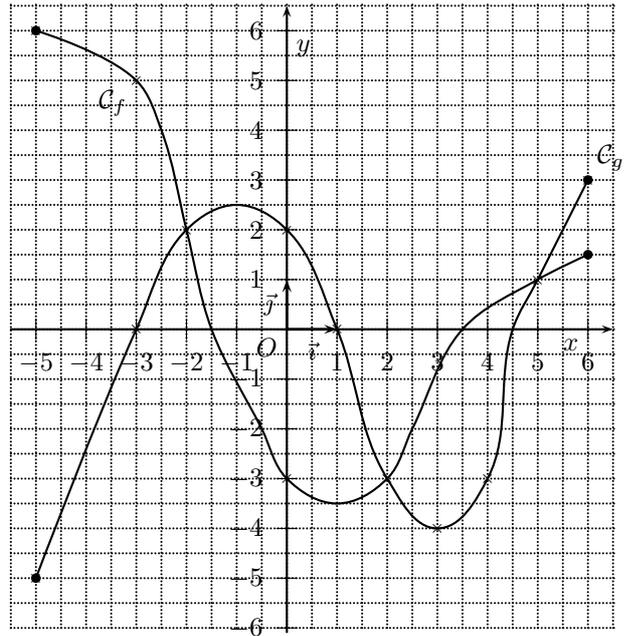
1 (2 point) _____

Soit les intervalles $I =]-\infty; 3]$ et $J =]-3; 5[$. Déterminer $I \cap J$ et $I \cup J$.

2 (6 points) _____

On donne ci-contre les courbes \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g représentatives des fonctions f et g .

1. a) Donner le domaine de définition des fonctions f et g .
 b) Quelle est l'image de 1 par f ?
 c) Quelles sont les éventuels antécédents de -2 par f ?
2. Sans justifier résoudre graphiquement les équations suivantes :
 a) $f(x) = -3$.
 b) $f(x) = 4$.
3. Sans justifier résoudre graphiquement les inéquations suivantes :
 a) $f(x) \leq 0$.
 b) $f(x) \geq -2$.
 c) $f(x) < -5$.
4. Résoudre graphiquement :
 a) $f(x) = g(x)$.
 b) $f(x) < g(x)$.
5. a) Dresser le tableau de variation de la fonction g sur \mathcal{D}_g .
 b) Donner les extremums de la fonction g sur \mathcal{D}_g .
6. Soit k un paramètre réel. Discuter selon les valeurs de k le nombre de solutions de l'équation $g(x) = k$.

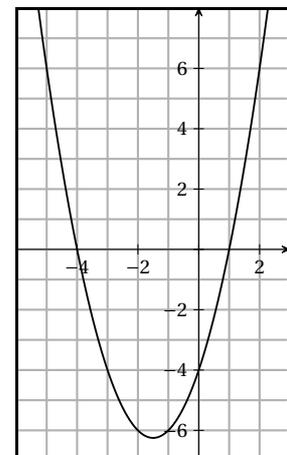


3 (8 points) _____

Vous résoudrez cet exercice uniquement par le calcul.

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = x^2 + 3x - 4$.

1. a) Calculer les valeurs exactes de $f(2)$ et de $f(1 + \sqrt{2})$.
 b) Résoudre l'équation $f(x) = -4$.
 c) Montrer que pour tout x de \mathbb{R} , $f(x) = (x - 1)(x + 4)$.
 d) En déduire les antécédents de 0 par f .
 e) Quelles sont les coordonnées des points d'intersection de la courbe \mathcal{C}_f avec l'axe des abscisses ? avec l'axe des ordonnées ?
2. Soit la fonction g définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = -x + 1$. On note \mathcal{D} sa représentation graphique.
 a) Tracer \mathcal{C}_g la courbe représentative de la fonction g .
 b) Résoudre l'équation $f(x) = g(x)$.



4 (3 points) _____

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2 + 5$. On appelle C_f sa courbe représentative. Déterminer si les points suivants appartiennent ou non à C_f .

$A(-2; 9) \quad B(3; 13) \quad C(\sqrt{2}; 7)$

5 (4 points)

Cet exercice est à faire uniquement à la calculatrice, aucune justification n'est demandée.

Soit les fonctions f et g définies sur l'intervalle $[-4; 3]$ par : $f(x) = x^2 - 2$ et $g(x) = -2x^2 + 2x + 3$.

Déterminer :

1. L'ensemble S des solutions de $g(x) > 0$.
2. L'ensemble S des solutions de $f(x) = g(x)$.
3. L'ensemble S des solutions de $f(x) < g(x)$.
4. Le minimum de f .
5. Le maximum de g .

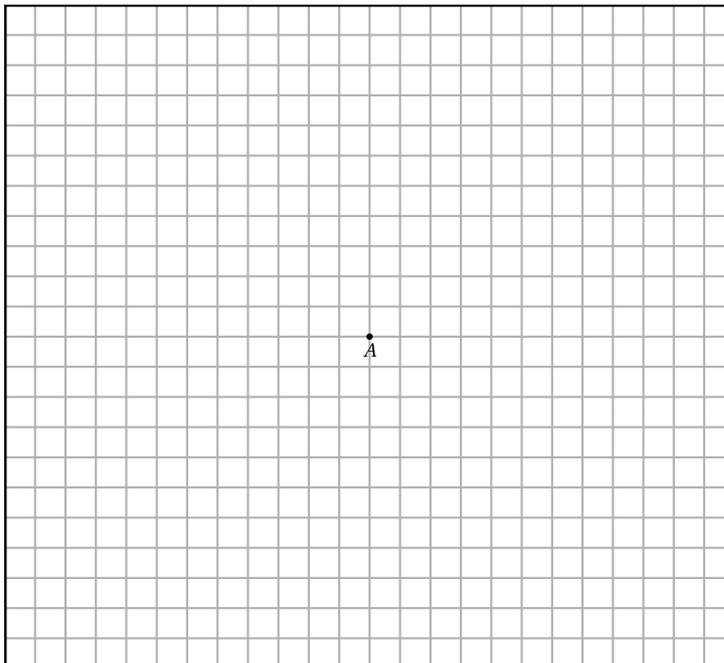
6 (2 points) On donne l'algorithme suivant destiné à faire marcher la tortue de Python. Au début la tortue est dans le point A du graphique tourné vers la droite. Chaque case est de dimension 10. Dessiner le trajet parcouru par la tortue lorsqu'on exécute l'algorithme.

Algorithme 1: La tortue

```

1 Variables
2   | i, taille
3 Traitement
4   | taille ← 10;
5   | pour i allant de 1 à 4 (inclus) faire
6   |   | forward(taille);
7   |   | right(90);
8   |   | forward(i*taille);
9   |   | left(90)

```



7 (1 point) Compléter l'algorithme ci-dessous pour que les valeurs de a et b soit échangées :

Algorithme 2: Échange de variables

```

1 Variables
2   | a est un réel;
3   | b est un réel;
4   | ...
5 début
6   | Entrées
7   |   | Lire : a;
8   |   | Lire : b;
9   | Traitement
10  |
11  | Sorties
12  |   | Afficher : a;
13  |   | Afficher : b;
14 fin

```

8 (3,5 points)

1. Montrer l'égalité suivante pour $x \notin \{2; -2\}$

$$\frac{4}{x-2} + \frac{7}{x+2} = \frac{11x-6}{x^2-4}$$

2. a) Montrer que pour $a; b; c; d \in \mathbb{R}$ on a

$$(ac + bd)^2 + (ad - bc)^2 = (a^2 + b^2)(c^2 + d^2)$$

- b) Utiliser cette égalité pour écrire 13×41 sous la forme d'une somme de deux carrés.