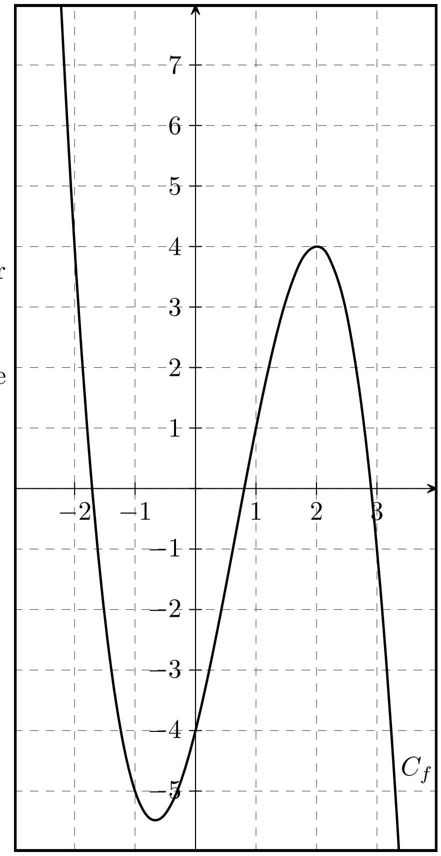
# Devoir de Mathématiques $N^o$ 11 (55 minutes)




## Exercice 1 (7 points)

On donne $f(x) = -x^3 + 2x^2 + 4x - 4$, et $\mathscr{C}$ sa courbe représentative (voir représentation ci-jointe).
Soit $k$ la fonction définie par $k(x) = -x + 2$.

1. Determiner la nature de $k$ et représenter le graphe $D$ de $k$ sur le graphique ci-joint.
2. Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$,

$$f(x) - k(x) = (x-3)(x+2)(1-x)$$

3. Etudier la position relative de $\mathscr{C}$ et $D$.
4. Déterminer les coordonnées des points d'intersection de $\mathscr{C}$ et $D$.

## Exercice 2 (5 points)

Soit $f$ définie par $f(x) = \dfrac{1}{3 + 2(4-2x)^2}$ sur $\mathbb{R}$.

1. Déterminer les variations de $f$ sur $[2; +\infty[$ en complétant le tableau d'enchainement des opérations suivants et en justifiant correctement.

| 2 | $\leq$ | $a$ | $\leq$ | $b$ | Justification |
|---|---|---|---|---|---|
| | | $4-2a$ | | $4-2b$ | |
| | | $(4-2a)^2$ | | $(4-2b)^2$ | |
| | | $3+2(4-2a)^2$ | | $3+2(4-2b)^2$ | |
| | | $f(a)$ | | $f(b)$ | |

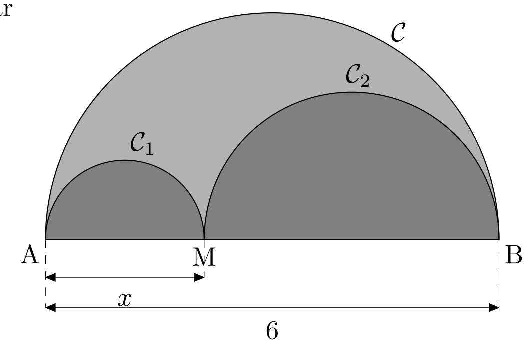
2. De même sur $]-\infty; 2]$ :

| $a$ | $\leq$ | $b$ | $\leq$ | $2$ | Justification |
|---|---|---|---|---|---|
| $4-2a$ | | $4-2b$ | | | |
| $(4-2a)^2$ | | $(4-2b)^2$ | | | |
| $3+2(4-2a)^2$ | | $3+2(4-2b)^2$ | | | |
| $f(a)$ | | $f(b)$ | | | |

3. (a) Dresser le tableau de variation de $f$.
   (b) En déduire le maximum de $f$ sur $\mathbb{R}$. En quel point est-il atteint ?
4. Comparer sans calculatrice les nombres $A = \dfrac{1}{3+2(4-2\times 2,127)^2}$ et $B = \dfrac{1}{3+2(4-2\times 2,138)^2}$.

## Exercice 3 (7 points)

On considère le graphique suivant : on a un segment $[AB]$ de longueur 6 et $M$ un point du segment $[AB]$. On note $x = AM$. Soit $\mathcal{C}$ le demi-cercle de diamètre $[AB]$, $\mathcal{C}_1$ le demi-cercle de diamètre $[AM]$, $\mathcal{C}_2$ le demi-cercle de diamètre $[MB]$. On note $\mathscr{B}$ la surface formée par le demi-cercle $\mathcal{C}$ et $\mathscr{A}(x)$ la surface formée par les demi-cercles $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$.




1. (a) Quelle est l'aire d'un disque de diamètre d ?
   (b) Déterminer $\mathscr{B}$.
2. Montrer que $\mathscr{A}(x) = \dfrac{\pi}{4}(x^2 - 6x + 18)$
3. Déterminer les valeurs de $x$ pour lesquelles $\mathscr{A}(x) = \dfrac{1}{2}\mathscr{B}$.
4. Le but de cette question est de résoudre l'équation $(E)$ : $\mathscr{A}(x) = \dfrac{2}{3}\mathscr{B}$.
   (a) Montrer que $x^2 - 6x + 6 = (x-3)^2 - 3$.
   (b) Montrer que $(E) \iff x^2 - 6x + 6 = 0$.
   (c) Résoudre $(E)$.

## Exercice 4 (1 point)

Placer sur le cercle trigonométrique suivant les points $M_i$, associés aux réels $x_i$.

$x_1 = \dfrac{-3\pi}{4} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$

$x_2 = \dfrac{3\pi}{2} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$

$x_3 = \dfrac{\pi}{3} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$

$x_4 = \dfrac{93\pi}{4} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$ (vous justifierez par un calcul)