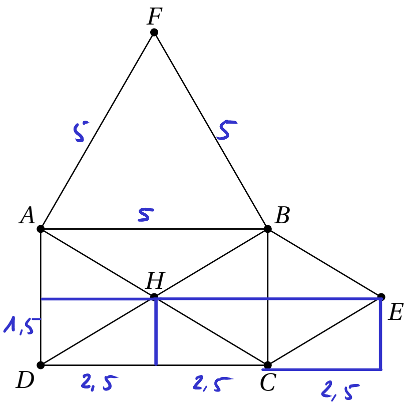
DS n° 15 : Test produit scalaire et Cercle (30 min)

I (4 points)

La figure ci-contre représente

- Un rectangle ABCD tel que $AB = 5$ et $BC = 3$;
- Un triangle ABF équilatéral.
- E est le symétrique de H par rapport à (BC).



Longueur de CA :
$CA^2 = 5^2 + 3^2 = 34$

Calculer les produits scalaires suivants ; vous compléterez la copie (aucune justification n'est demandée).

- $\overrightarrow{CD}.\overrightarrow{CE} = -5.2{,}5 = -12{,}5$
- $\overrightarrow{CH}.\overrightarrow{CA} = \sqrt{34}.\sqrt{34}.\frac{1}{2} = 17$
- $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BE} = 12{,}5$
- $\overrightarrow{CH}.\overrightarrow{AB} = -5.2{,}5 = -12{,}5$
- $\overrightarrow{BE}.\overrightarrow{BA} = -12{,}5$
- $\overrightarrow{DH}.\overrightarrow{CE} = DH^2 = \left(\frac{\sqrt{34}}{2}\right)^2 = \frac{17}{2}$
- $\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{BF} = BC.BF\cos(5\pi/6) = 3.5.\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{15\sqrt{3}}{2}$
- $\overrightarrow{AF}.\overrightarrow{DC} = 5.2{,}5 = 12{,}5$

II (1 points)

Soit les points $A(-5;-2)$, $M(1;-3)$, $T(-1;2)$, $H(0;8)$. les droites (MA) et (TH) sont-elles perpendiculaires ?

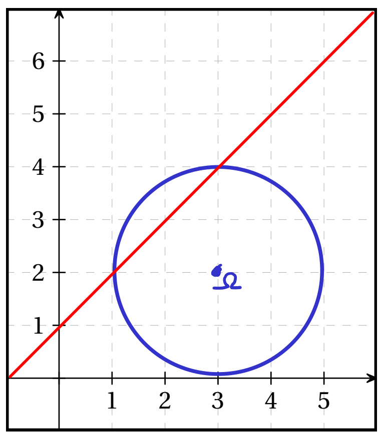
III (1 points)

Soit $\mathscr{E} : x^2 + 3x + y^2 - 4y = 0$.
S'il s'agit d'un cercle, précisez son centre et son rayon.

IV (3 points)

Soit $\mathscr{C}$ le cercle de centre $\Omega(3;2)$ et rayon 2.

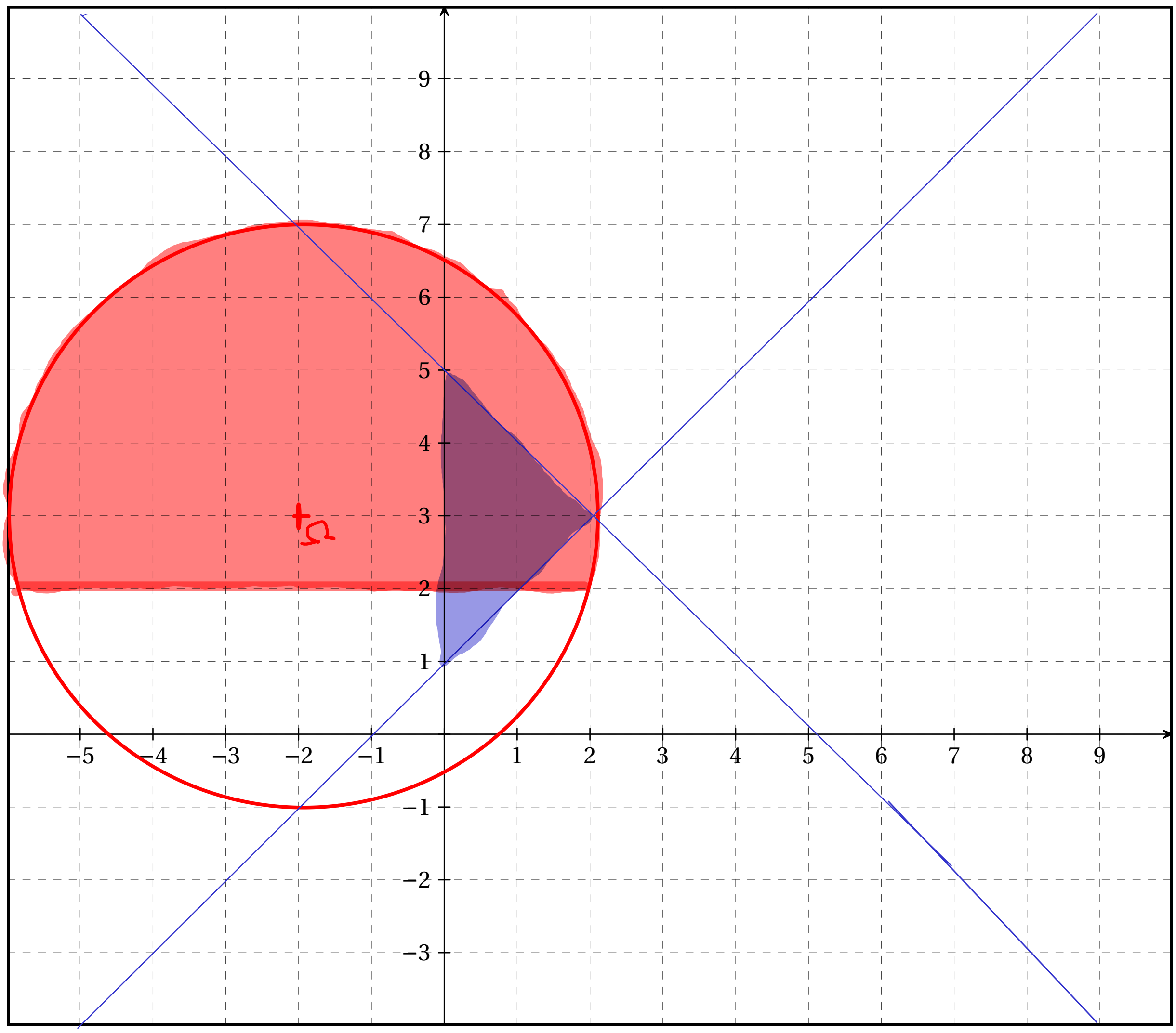
1. Déterminer une équation cartésienne de $\mathscr{C}$ puis tracer $\mathscr{C}$ sur le graphique ci-contre.
2. Soit $\mathscr{D} : y = x + 1$
   a) Représentez $\mathscr{D}$ sur le graphique.
   b) Déterminez les coordonnées des points d'intersection de $\mathscr{C}$ et $\mathscr{D}$



Ⓥ (1 point)

1. $\mathscr{F}$ l'ensemble des points tels que $\begin{cases} y > 2 \\ (x+2)^2 + (y-3)^2 \leqslant 16 \end{cases}$

2. $\mathscr{G}$ l'ensemble des points tels que $\begin{cases} y \geqslant x+1 \\ y \leqslant -x+5 \\ x \geqslant 0 \end{cases}$



DS N° 15.

II $A(-5;-2)$; $M(1;3)$; $T(-1;2)$; $H(0,8)$

On a $\vec{MA}\begin{pmatrix}-6\\1\end{pmatrix}$ et $\vec{TH}\begin{pmatrix}1\\6\end{pmatrix}$ alors $\vec{MA}.\vec{TH}=0$

donc $\vec{MA}\perp\vec{TH}$ et $(MA)\perp(TH)$

III $x^2+3x+y^2-4y=0$

$\Leftrightarrow (x+\frac{3}{2})^2-(\frac{3}{2})^2+(y-2)^2-4=0$

$\Leftrightarrow (x+\frac{3}{2})^2+(y-2)^2=\frac{25}{4}$

Ainsi $\mathcal{E}$ est un cercle de centre $\Omega(-\frac{3}{2};2)$ et rayon $R=\frac{5}{2}$

IV

1 On a $\mathcal{C}: (x-3)^2+(y-2)^2=4$

Donc $\mathcal{C}: x^2-6x+y^2-4y+9=0$

2 $M(x,y)\in\mathcal{C}\cap\mathcal{D} \Leftrightarrow \begin{cases} y=x+1 \\ x^2-6x+y^2-4y+9=0\end{cases}$

$\Leftrightarrow x^2-6x+(x+1)^2-4(x+1)+9=0$ avec $y=x+1$

$\Leftrightarrow 2x^2-8x+6=0$

$\Leftrightarrow x^2-4x+3=0$

$\Leftrightarrow (x-1)(x-3)=0$ car $x=1$ est racine évidente

$\Leftrightarrow x=1$ ou $x=3$

Alors, on a deux points d'intersect° : $A(1;2)$ et $B(3;4)$