

DS n° 11 : Test exponentielle II (30 min)

I (2 points)

Simplifiez au maximum les expressions suivantes :

$$a_1(x) = \frac{e^{5x-1}}{e} (e^x)^2$$

$$a_2(x) = (e^{x-1})^2 \sqrt{e^{-6x}}$$

II (1,5 point) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$\frac{e^{2x} + 2e^x + 1}{e^{2x} + e^x} = 1 + e^{-x}$$

III (3 points) Résoudre :

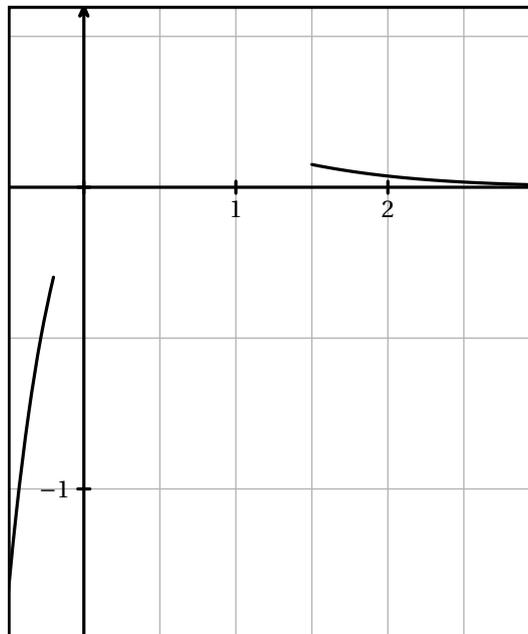
$$(E_1) : e^{2x+3} < e\sqrt{e}$$

$$(E_2) : e^{\frac{x-4}{3x+2}} < \frac{1}{e}$$

$$(E_3) : (e^{3x} - e^2)(e^x - e) < 0$$

IV (3,5 points) Soit f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = xe^{-2x}$.

1. Déterminer $f'(x)$.
2. Etudier le signe de f' puis dresser le tableau de variations de f . Vous y mettez les limites suivantes :
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$.
3. Déterminer l'équation de la tangente à \mathcal{C}_f au point d'abscisse 0.
4. Compléter le graphe de la figure ci-dessous à l'aide des question précédentes.



V* Résoudre :

$$e^x + 3 - 4e^{-x} = 0$$