DS N°1

I 1) $f_1(x) = 2x^2 + x - 15$; $a = -3$

On a $f(-3) = 2.9 - 3 - 15$
$= 0$

Donc -3 racine de f_1 qui est un polynôme de degré 2 donc

$\forall x \in \mathbb{R}$, $\boxed{f_1(x) = (x+3)(2x-5)}$

2) De même : $f_2(x) = 4x^2 - 15x + 14$

et $f(2) = 16 - 30 + 14$
$= 0$

Donc 2 racine de f_2 et donc $\boxed{f_2(x) = (x-2)(4x-7)}$

II $\frac{1}{x} < x \iff \frac{1}{x} - x < 0$

$\iff \frac{1-x^2}{x} < 0$

$\iff \frac{(1-x)(1+x)}{x} < 0$

On a le tableau de signe suivant.

x		-1		0		1	
$1-x$	$+$		$+$		$+$	0	$-$
$1+x$	$-$	0	$+$		$+$		$+$
x	$-$		$-$	0	$+$		$+$
$\frac{(1-x)(1+x)}{x}$	$+$	0	$-$	$\Vert$	$+$	0	$-$

On a alors $\boxed{S =]-1;0[\cup]1;+\infty[}$

III $A(x) = (2x-5)^2 - (1-3x)^2$

$= (2x-5-(1-3x))(2x-5+1-3x)$

$= (5x-6)(-x-4)$

$= -(5x-6)(x+4)$

IV Voir feuille suivante

V $f(x) = -2x^2+8x-6$

On a un polynôme de degré 2 avec $\alpha = \frac{-8}{-4} = 2$ et $\beta = f(2)$

$= -8+16-6$

$= 2$

On a $a=-2<0$, donc par théorème, le tableau de variation est :

x		2	
$f(x)$	$\nearrow$	2	$\searrow$

La forme canonique est

$$\boxed{f(x) = -2(x-2)^2+2}$$

VI D'après la figure, le sommet est $S(-1;4)$

Donc par théorème, $f(x) = a(x+1)^2+4$

De plus $K(-3;3) \in \mathcal{C}_f$ donc $f(-3)=3$

$\Leftrightarrow a\cdot(-2)^2+4=3$

$\Leftrightarrow 4a=-1$ donc $a = -\frac{1}{4}$

Ainsi, pour $x \in \mathbb{R}$, $\boxed{f(x) = -\frac{1}{4}(x+1)^2+4}$

DS n° 1 : Degré 2 (30 min)

I **(1 points)** Vérifier que a est racine du polynôme de degré 2, puis le factoriser.
$f_1(x) = 2x^2 + x - 15$ avec $a = -3$.
$f_2(x) = 4x^2 - 15x + 14$ avec $a = 2$.

II **(3 points)** Résoudre

$$\frac{1}{x} < x$$

III **(1 points)** Factoriser

$$A(x) = (2x-5)^2 - (1-3x)^2$$

IV **(1 points)**
Soit $f(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta$ avec $a > 0$. Déterminer les variations de f sur l'intervalle $]-\infty;\alpha]$ à l'aide du tableau d'enchainement des opérations ci-dessous.
Soient $x_1 \leq x_2 \leq \alpha$ alors :

x_1	$\leq$	x_2	$\leq$	α	Justification
$x_1 - \alpha$	$\leq$	$x_2 - \alpha$	$\leq$	0	($-\alpha$ des deux côtés)
$(x_1-\alpha)^2$	$\geq$	$(x_2-\alpha)^2$	$\geq$	0	$x \mapsto x^2$ ↘ sur $\mathbb{R}_-$
$a(x_1-\alpha)^2$	$\geq$	$a(x_2-\alpha)^2$	$\geq$	0	$\times a$ avec $a>0$
$a(x_1-\alpha)^2+\beta$	$\geq$	$a(x_2-\alpha)^2+\beta$	$\geq$	β	$+\beta$
$f(x_1)$	$\geq$	$f(x_2)$	$\geq$	β	xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx

On déduit que f est décroissante sur $]-\infty;\alpha]$

V **(2 points)** On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x^2 + 8x - 6$.
Donner la forme canonique de f et dresser le tableau de variation.

VI **(2 points)**
Dans le graphique ci-dessous on donne la représentation graphique d'un polynôme f de degré 2.
Les points S, K sont des points du graphe de f
Déterminer une expression la fonction f.