DS N°16

I

- $(e^x)^5\left(e^{-2x}\right)^2 = e^x$
- $e^{-3x+1}(e^x)^3 = e$
- $\sqrt{e^{-2x}} = (e^{-2x})^{1/2} = e^{-x}$
- $\dfrac{e^{-4x}e}{(e^{-x})^2} = e^{-2x+1}$
- $(e^x + e^{-x})^2 - (e^x - e^{-x})^2 = e^{2x} + 2 + e^{-2x} - (e^{2x} - 2 + e^{-2x})$
  $= 4$

II

$f_1(x) = e^{3x+1}$ donc $f_1'(x) = 3e^{3x+1}$ en vertu de la formule $(e^u)' = u'e^u$

$f_2(x) = (3x+1)e^{2x}$ donc $f_2'(x) = 3e^{2x} + 2(3x+1)e^{2x}$
$= e^{2x}(6x+5)$

$f_3(x) = xe^{1/x}$ donc $f_3'(x) = e^{1/x} + x\left(\frac{1}{x}\right)'e^{1/x}$
$= e^{1/x} + x.\left(-\frac{1}{x^2}\right)e^{1/x}$
$= e^{1/x}\left(1 - \frac{1}{x}\right)$

III

1 $e^x = -4$ $S = \emptyset$ car $e^x > 0$ $\forall x \in \mathbb{R}$

2 $(e^x+3)^2 = 9 \iff e^x + 3 = 3$ ou $e^x + 3 = -3$
$\iff e^x = 0$ ou $e^x = -6$
impossible car $e^x > 0$ $S = \emptyset$

3 $e^{x^2} \leqslant \frac{1}{e} \iff e^{x^2} \leqslant e^{-1}$

$\iff x^2 \leqslant -1$ car exp est strictement croissante sur $\mathbb{R}$

impossible

$S = \emptyset$

4 $e^{x^2} \leqslant (e^x)^2 \iff e^{x^2} \leqslant e^{2x}$

$\iff x^2 \leqslant 2x$

$\iff x(x-2) \leqslant 0$

x	0		2	
$x(x-2)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Donc $S =]0;2[$