DS N° 14

I 1 a $\mathcal{D} : 3x - y + 5 = 0$

$\mathcal{D}$ a pour vecteur normal $\vec{n}\begin{pmatrix}3\\-1\end{pmatrix}$.

$\mathcal{D}_1 // \mathcal{D}$ donc $\mathcal{D}_1$ admet le même vecteur normal

Donc $\mathcal{D}_1 : 3x - y + c = 0$ et $A(-1;3) \in \mathcal{D}_1$ donc $-3-3+c=0$

donc $c = 6$ et $\mathcal{D}_1 : 3x - y + 6 = 0$.

2 $\mathcal{D}_2 \perp \mathcal{D}$ donc $\mathcal{D}_2$ admet $\vec{n}\begin{pmatrix}3\\-1\end{pmatrix}$ comme vecteur directeur

Donc l'équat° réduite de $\mathcal{D}_2$ est : $y = -\frac{1}{3}x + p$; $p \in \mathbb{R}$

et $A(-1;3) \in \mathcal{D}_2$ donc $3 = \frac{1}{3} + p$ et $p = \frac{8}{3}$

On a donc $\mathcal{D}_2 : y = -\frac{1}{3}x + \frac{8}{3}$

2a Soit $\mathcal{C}$ cercle de centre $I(3;-1)$ et rayon 4 donc par propriété :

$\mathcal{C} : (x-3)^2 + (y+1)^2 = 16.$

2b Le centre du cercle $\mathcal{C}'$ est le milieu Ω de $[BC]$

par ppté : $\Omega(1;0)$; $\vec{\Omega B}\begin{pmatrix}-3\\1\end{pmatrix}$ donc $\Omega B = \sqrt{9+1}$
$= \sqrt{10}$

$\mathcal{C}'$ est le cercle de centre Ω et rayon $\sqrt{10}$

Donc $\mathcal{C}' : (x-1)^2 + y^2 = 10$

II **1** $\mathcal{C} : x^2-6x+y^2-8y=0$

$O(0;0)$ satisfait l'équat° donc $O \in \mathcal{C}$

Pour $A(6;0)$: $6^2-6^2=0$ donc $A \in \mathcal{C}$

Pour $B(8;4)$: $8^2-48+16-32=0$ donc $B \in \mathcal{C}$

Ainsi **$\mathcal{C}$ est le cercle circonscrit à OAB.**

Déterminons la forme canonique de $\mathcal{C}$:

$\mathcal{C} : x^2-6x+y^2-8y=0$

$\Leftrightarrow (x-3)^2+(y-4)^2-3^2-4^2=0$

$\Leftrightarrow (x-3)^2+(y-4)^2=25$

On déduit que **$\mathcal{C}$ est le cercle de centre $I(3;4)$ et rayon 5.**

2 $M(x,y) \in \mathcal{C} \cap O_x \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-6x+y^2-8y=0 \\ y=0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow x^2-6x=0$ et $y=0$

$\Leftrightarrow x(x-6)=0$ et $y=0$

Nous avons deux points d'intersect° : $O(0,0)$ et $A_2(6;0)$

3 $M(x,y) \in \Delta \cap \mathcal{C} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-6x+y^2-8y=0 \\ y=x+6 \end{cases}$

$\Leftrightarrow x^2-6x+(x+6)^2-8(x+6)=0$ (et $y=x+6$)

$\Leftrightarrow 2x^2-2x-12=0$

$\Leftrightarrow x^2-x-6=0$

$\Delta = 25$ et donc $x = \frac{1+5}{2} = 3$ ou $x = -2$

y vaut donc 9 ou 4.

On a deux points d'intersect° : $B_1(3;9)$ et $B_2(-2;4)$

4 Soit $\mathcal{T}$ la tangente en $E(6;8)$.

$\overrightarrow{IE}\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$ est un vecteur normal de $\mathcal{T}$. Donc

$\mathcal{T} : 3x + 4y + c = 0$ et $E(6;8) \in \mathcal{T}$ donc $18 + 32 + c = 0$

Ainsi $c = -50$ et donc $\mathcal{T} : 3x + 4y - 50 = 0$

et on a alors $\mathcal{T} : y = -\frac{3}{4}x + \frac{25}{2}$.