DS N° 13

I **1** D'après le dessin, on conjecture : $\Delta : y = -2x + 1$ et $H(-\frac{1}{4} ; \frac{3}{2})$

2 $\Delta \perp (AC)$ donc $\vec{AC}\begin{pmatrix}4\\2\end{pmatrix}$ normal à Δ

donc $\Delta : 4x + 2y + c = 0$

De plus $B(2;-3) \in \Delta$ donc $4.2 - 6 + c = 0$ donc $c = -2$

On déduit $\Delta : 4x + 2y - 2 = 0$ et en isolant y :

$\Delta : y = -2x + 1$ et ça correspond à la conjecture

3 On détermine d'abord une équation de (AC).

On a $\vec{AC}\begin{pmatrix}4\\2\end{pmatrix}$ donc le coeff dir de (AC) est $m = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

Ainsi $(AC) : y = \frac{1}{2}x + p$ et $A(-1;1) \in (AC)$ donc $1 = -\frac{1}{2} + p$ donc $p = \frac{3}{2}$

Donc $(AC) : y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

Soit $H(x;y) \in \Delta \cap (AC)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -2x + 1 \\ y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow -2x + 1 = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{5}{2}x = -\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = -1/5$$

On a alors $y = -2x + 1$

$= \frac{2}{5} + 1$

$= \frac{7}{5}$ Donc $\boxed{H\left(-\frac{1}{5} ; \frac{7}{5}\right)}$

$\boxed{4}$ $\overrightarrow{BH}\begin{pmatrix} -11/5 \\ \frac{22}{5} \end{pmatrix}$ et donc $BH^2 = \left(\frac{11}{5}\right)^2 + \left(\frac{22}{5}\right)^2$

$= \left(\frac{11}{5}\right)^2 \left(1 + 2^2\right) = \left(\frac{11}{5}\right)^2 \cdot 5$

Donc $\boxed{BH = \frac{11}{5} \cdot \sqrt{5}}$.

$\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ donc $AC^2 = 16 + 4 = 20$

donc $\boxed{AC = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}}$

On déduit que $\mathcal{A}_{(ABC)} = \frac{1}{2} BH.AC$

$= \frac{1}{2} \frac{11}{5} \sqrt{5} . 2\sqrt{5}$

$\boxed{\mathcal{A}_{(ABC)} = 11 \text{ u.a}}$