DS n° 7 : test produit scalaire (0,25h)

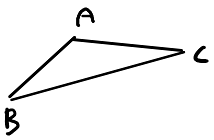
I **(12 points)** ABC est un triangle avec $AB = 6$, $AC = 10$ et $\widehat{BAC} = 60^{\circ}$.

1. Déterminer la longueur BC.
2. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$ au dixième de degré près.

II **(8 points)**

1. Enoncer le théorème de la médiane dans un triangle MAB ou l'on considère la médiane issue de M.
2. Soit A et B tels que $AB = 10$ et soit $\mathscr{E} = \{M / \overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = 5\}$. Préciser la nature de $\mathscr{E}$.

I



1 D'après le théorème d'Al Kashi,

$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos\hat{A}$

$= 36 + 100 - 2.6.10.\frac{1}{2}$

$= 76$

Ainsi $BC = \sqrt{76}$

2 Encore à l'aide d'Al-Kashi,

$AC^2 = BA^2 + BC^2 - 2\,BA.BC\cos(\widehat{ABC})$

Donc $\cos(\widehat{ABC}) = \dfrac{BA^2 + BC^2 - AC^2}{2\,BA.BC}$

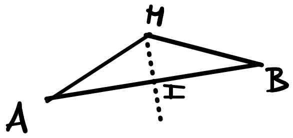
c'est-à-dire $\cos(\widehat{ABC}) = \dfrac{36 + 76 - 100}{2.6.\sqrt{76}}$

Donc $\cos(\widehat{ABC}) = \dfrac{1}{\sqrt{76}}$

Et avec la calculatrice, on déduit

$\widehat{ABC} \approx 83{,}4^{\circ}$

II 1



Soit I milieu de [AB]. Le théorème de la médiane dit :

$\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = MI^2 - \dfrac{AB^2}{4}$

2 $M \in \mathscr{E} \iff \overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = 5$

$\iff MI^2 - \dfrac{AB^2}{4} = 5$

$\iff MI^2 = 30$

$\iff IM = \sqrt{30}$

$\mathscr{E}$ est donc le cercle de centre I et rayon $\sqrt{30}$.