DS N°4 (27 nov 2020)

I

- $f_1(x) = -2x^5 - 3x^2 - 5x + 2$

On a donc $f_1'(x) = -10x^4 - 6x - 5$

- $f_2(x) = \sqrt{x} - 2 + \frac{4}{x}$ Savoir que $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ et $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$

Alors $f_2'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{4}{x^2}$

- $f_3(x) = \sqrt{3x^2 + 5x + 7}$ savoir que $(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$

Alors $f_3'(x) = \frac{6x+5}{2\sqrt{3x^2+5x+7}}$

- $f_4(x) = 3x^2\sqrt{4x+7}$ Se rappeler que $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{vu'-v'u}{v^2}$

Alors $f_4'(x) = 6x\sqrt{4x+7} + \frac{3x^2 \cdot 4}{2\sqrt{4x+7}}$

$= \frac{6x(4x+7)+6x^2}{\sqrt{4x+7}}$

$= \frac{30x^2+42x}{\sqrt{4x+7}}$

- $f_5(x) = \left(x + \frac{1}{x}\right)^4$

$f_5'(x) = 4\left(x+\frac{1}{x}\right)^3\left(1 - \frac{1}{x^2}\right)$

- $f_6(x) = \frac{2}{(3x^2+1)^3} = 2(3x^2+1)^{-3}$ Se rappeler que $(u^n)' = nu^{n-1}u'$

Alors $f_6'(x) = 2(-3)(3x^2+1)^{-4} \cdot 6x$

$= -\frac{36x}{(3x^2+1)^4}$

II $f(x) = \dfrac{5x}{x^2+1}$ sur $\mathbb{R}$

1) On a $f'(x) = \dfrac{(x^2+1)5 - 2x(5x)}{(x^2+1)^2}$

$$= \frac{5-5x^2}{(x^2+1)^2} = 5\,\frac{(1-x^2)}{(x^2+1)^2}$$

2) Sur $\mathbb{R}$, $5>0$; $(x^2+1)^2>0$ donc par quotient, $f'(x)$ est du signe de $1-x^2$.

On a $1-x^2=(1-x)(1+x)$ et on peut donc dresser le tableau de variation de f :

x	$-\infty$		-1		$+1$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$		↘	$-5/2$	↗	$\frac{5}{2}$	↘	

$f(-1) = -\frac{5}{2}$; $f(1) = \frac{5}{2}$

3) Par th : Δ : $y = f'(2)(x-2) + f(2)$

On a $f(2) = \frac{10}{5} = 2$; $f'(2) = 5\frac{(-3)}{5^2} = -\frac{3}{5}$

Donc $\Delta : y = -\frac{3}{5}(x-2)+2$

Donc $\Delta : y = -\frac{3}{5}x + \frac{16}{5}$