Devoir n° 12 (1h30) : Suites

I **(4 points)**](les deux questions sont indépendantes)

1. (u_n) est une suite arithmétique telle que $u_1 = -12$ et $u_5 = 0$: calculer sa raison r et le terme u_0.

2. $S = 10 + 20 + 30 + ... + 170 + 180$, somme des termes consécutifs d'une suite arithmétique : calculer S.

II **(4 points)**] (les deux questions sont indépendantes)

1. (v_n) est une suite géométrique telle que $v_2 = 2$ et $v_5 = 54$: calculer sa raison q et le terme v_0.

2. $S = 1 + 2 + 4 + 8 + ... + 1024$, somme des termes consécutifs d'une suite géométrique : calculer S.

III **(3 points)**] Etudier le sens de variation des suites ci-dessous :

1. $u_n = 5n + 3$ $(n \in \mathbb{N})$
2. $v_n = \dfrac{2n}{n+1}$ $(n \in \mathbb{N})$
3. $\begin{cases} w_0 = -2 \\ w_{n+1} = w_n - n^2 \end{cases}$ $(n \in \mathbb{N})$

IV **(9 points)** Une société produit des bactéries pour l'industrie.
En laboratoire, il a été mesuré que, dans un milieu nutritif approprié, la masse de ces bactéries, mesurée en grammes, augmente de 20 % en un jour.

La société met en place le dispositif industriel suivant : dans une cuve de milieu nutritif, on introduit initialement 1 kg de bactéries. Ensuite, chaque jour, à heure fixe, on remplace le milieu nutritif contenu dans la cuve. Durant cette opération, 100 g de bactéries sont perdus.

L'entreprise se fixe pour objectif de produire 30 kg de bactéries.

On modélise l'évolution de la population de bactéries dans la cuve par la suite (u_n) définie ainsi :

$$u_0 = 1\,000 \text{ et, pour tout entier naturel } n,\ u_{n+1} = 1,2u_n - 100.$$

u_n au poids en gramme de la population de bactérie.

1. a) Expliquer en quoi ce modèle correspond à la situation de l'énoncé.

   b) Calculer u_1 et u_2 : la suite est-elle arithmétique ? géométrique ?

   c) L'entreprise souhaite savoir au bout de combien de jours la masse de bactéries dépassera 30 kg. À l'aide de la calculatrice, donner la réponse à ce problème.

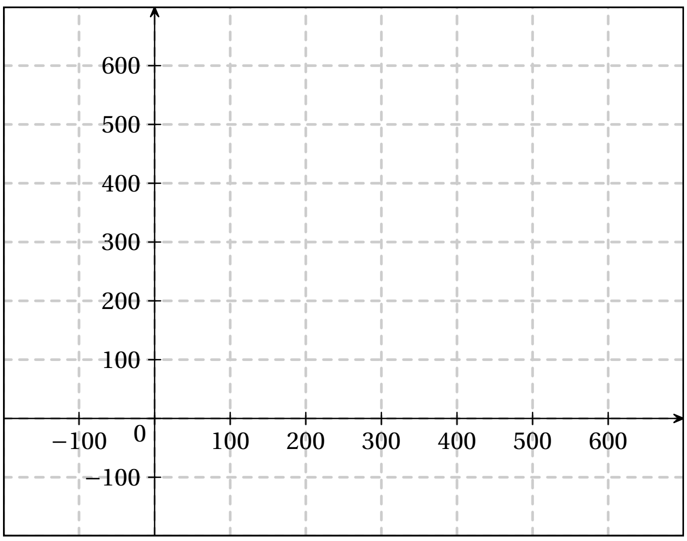
   d) Compléter l'algorithme suivant pour qu'il réponde au problème posé dans la question précédente.

Variables	u et n sont des nombres

Traitement	u prend la valeur 1 000
	n prend la valeur 0
	Tant que .... faire
	    u prend la valeur ....
	    n prend la valeur $n+1$
	Fin Tant que

Sortie	Afficher ....

2. On donne le graphique suivant :
   Représenter les premiers termes de la suites sur l'axe des abscisses et emmètre une conjecture sur les variations ainsi que la limite de (u_n).



3. On définit la suite (v_n) par : pour tout entier naturel n, $v_n = u_n - 500$.

   a) Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 1,2.

   b) Exprimer v_n, puis u_n, en fonction de n.

   c) Quelle semble être la limite de la suite (u_n) ?