

## Devoir n° 9 : Produit scalaire et trigonométrie (1h)

---

**I (3 points)** Sur le cercle trigonométrique, placer les points  $A_i$  associé au réel donné.

$$A_1 \text{ associé à } \frac{13\pi}{4}$$

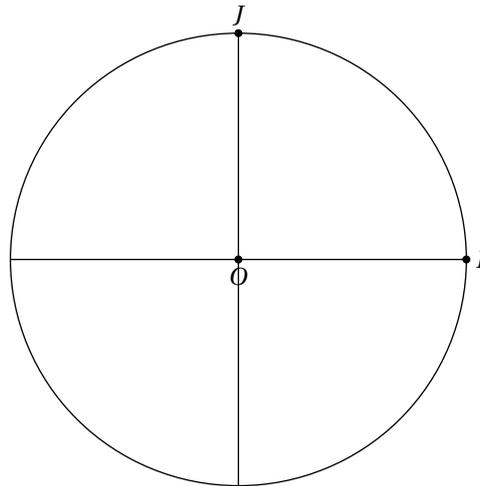
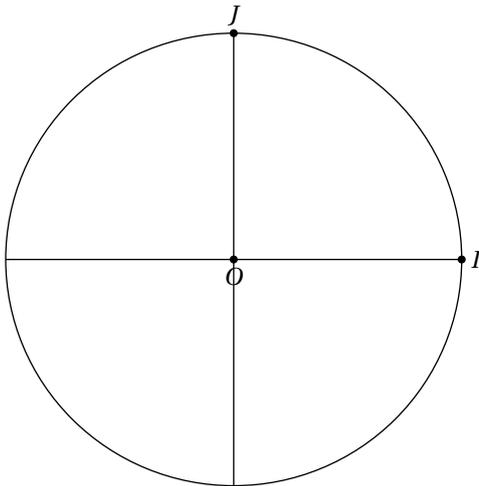
$$A_2 \text{ associé à } \frac{449\pi}{2}$$

$$A_3 \text{ associé à } -\frac{19\pi}{6}$$

$$A_4 \text{ associé à } -\frac{192\pi}{6}$$

$$A_5 \text{ associé à } -\frac{1025\pi}{3}$$

$$A_6 \text{ associé à } \frac{-17\pi}{4}$$



A l'aide du cercle complétez :

1.  $\cos\left(-\frac{19\pi}{6}\right) = \dots$

2.  $\sin\left(-\frac{17\pi}{4}\right) = \dots$

**II (1,5 points)**

On a  $\sin x = -0,2$  avec  $x \in \left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$ . Que vaut  $\cos x$  ?

**III (1,5 points)**

Simplifier les expressions suivantes :

$$A(x) = \sin(x + 29\pi) - \cos(x + 7\pi) + \cos(\pi - x)$$

$$B(x) = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$$

**IV (2 points)** Montrer l'égalité suivante pour tout  $x \in ]0; \frac{\pi}{2}[$ .

$$\frac{2 \sin x}{\cos x} - \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{a \sin^2 x - 1}{\sin x \cos x} \quad \text{où } a \text{ est un entier à préciser}$$

**V (2 points)** Soit  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \sin x \cos x + \sin(2x)$

1. Montrer que  $f$  est de période  $\pi$ .

2. Quelle est la parité de  $f$  ?

**VI (3 points)**

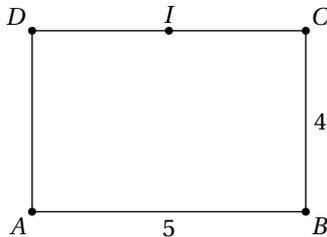
Résoudre les équations et inéquations suivantes :

$(E_1) : \cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$  dans  $[-\pi; \pi]$

$(E_2) : \cos x + \sin x = 4$  dans  $[0; 2\pi]$ .

$(E_3) : \cos x < -\frac{\sqrt{3}}{2}$  dans  $[-\pi; \pi]$ .

**VII (2,5 points)**



$ABCD$  est un rectangle,  $I$  est le milieu de  $[CD]$ . On donne  $AB = 5$  et  $BC = 4$ . Répondre aux questions suivantes en justifiant sommairement votre démarche (vous pouvez compléter le graphique le cas échéant).

1.  $\vec{IB} \cdot \vec{IC} = \dots\dots\dots$

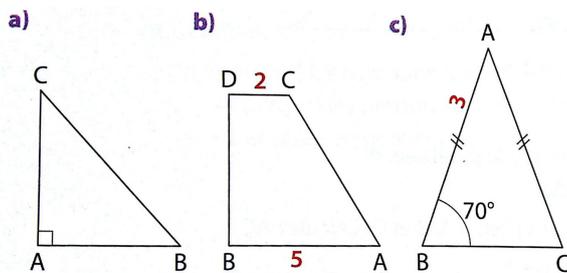
4.  $\vec{AC} \cdot \vec{IC} = \dots\dots\dots$

2.  $\vec{IA} \cdot \vec{AD} = \dots\dots\dots$

5.  $\vec{AI} \cdot \vec{DB} = \dots\dots\dots$

3.  $\vec{AD} \cdot \vec{IC} = \dots\dots\dots$

**VIII (1,5 points)** Dans chacun des cas suivants, calculer le produit scalaire  $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ .



**IX (1,5 points)** Soient  $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{v} \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$ . Complétez :

1.  $\vec{u} \cdot \vec{v} = \dots\dots\dots$

2.  $(4\vec{u}) \cdot (3\vec{v}) = \dots\dots\dots$

3.  $\|\vec{u}\|^2 = \dots\dots\dots$

**X (1,5 points)** On donne  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  et  $\vec{w}$  avec  $\|\vec{u}\| = \|\vec{w}\| = 3$ ,  $\vec{v} = 3\vec{u}$  et  $\vec{u} \perp \vec{w}$ . Complétez :

1.  $\vec{u} \cdot \vec{v} = \dots\dots\dots$

2.  $\vec{v} \cdot (\vec{u} + \vec{w}) = \dots\dots\dots$