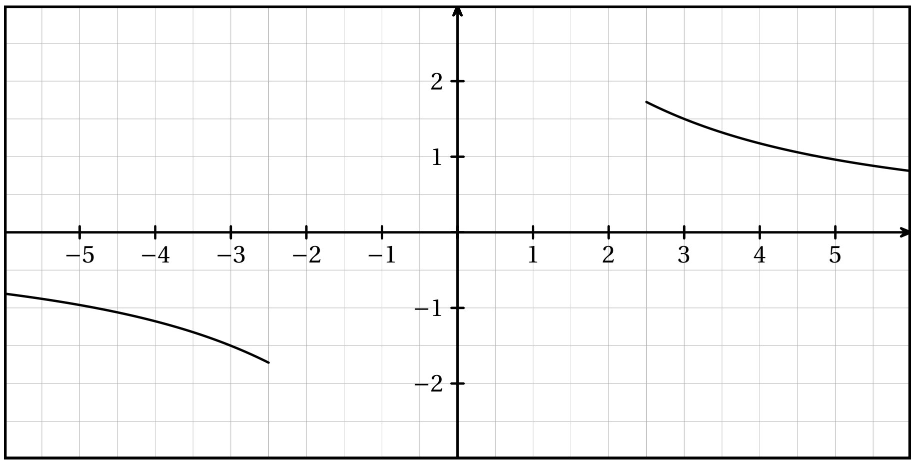
Devoir n° 7 : Dérivation (1h)

I **(6 points)** Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \frac{5x}{x^2+1}$$

.
On note $\mathscr{C}_f$ sa courne représentative dans un repère $(O\,;\vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

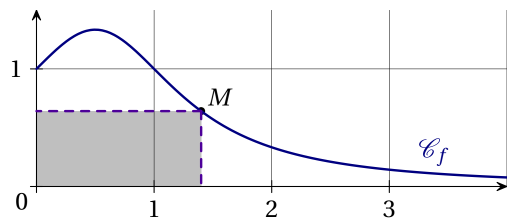
1. Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 5\dfrac{1-x^2}{(x^2+1)^2}$.
2. En déduire le signe de $f'(x)$ puis le tableau de variations de f.
3. Déterminer la tangente Δ à $\mathscr{C}_f$ au point d'abcisse 2.
4. Sur le graphe ci-dessous où $\mathscr{C}_f$ est partiellement tracée, tracer alors Δ et $\mathscr{C}_f$.



II **(7 points)** On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}^+$ par :

$$f(x) = \frac{1}{x^2-x+1}$$

On appelle $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormal.
On considère un point M d'abscisse x appartenant à la courbe $\mathscr{C}_f$ et on construit comme l'indique la figure ci-dessous un rectangle de sommets O et M et dont les côtés sont parallèles aux axes.

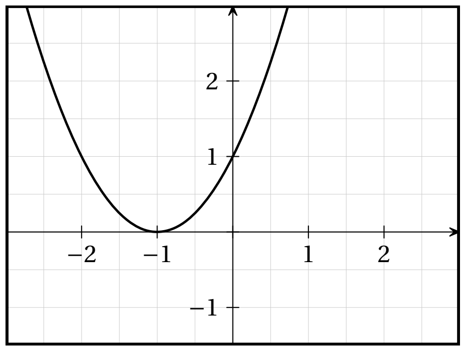


On note $A(x)$ l'aire de ce rectangle en fonction de x.

1. Donner l'expression de la fonction A.
2. Étudier les variations de A.
3. Déterminer la position du point M afin que l'aire du rectangle soit maximale.

III (7 points)

Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + 2x + 1$. On donne le graphe ci-contre.
Soit $A(0; -1)$



1. Conjecturez le nombre de tangentes passant par A.
2. Déterminez ces tangentes.
3. Soit $\Delta : y = 3x$. Y-a-t-il des tangentes parallèles à Δ ? Si oui, préciser le point de contact et l'équation.