Devoir Mathématiques N^o 13 (1h)

1 **5 points**
Le plan est muni d'un repère orthogonal.
On considère l'ensemble D_m des points $M(x;y)$ dont les coordonnées vérifient la relation

$$mx + (2m-1)y + 4 = 0$$

avec m réel.

1. Montrer que l'ensemble D_m est une droite.
2. Pour quelles valeurs de m D_m est-elle parallèle à l'un des axes du repère ?
3. Donner une équation des droites D_0 et D_1 puis déterminer les coordonnées de leur point d'intersection.
4. Montrer que D_m passe par un point fixe quelque soit la valeur du réel m.

2 **5 points**

1. A partir de la valeur de $\cos\frac{\pi}{6}$, démontrer que $\cos\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$.
2. En déduire la valeur exacte de $\sin\frac{\pi}{12}$.
3. La calculatrice d'Adrian qui fait du calcul formel donne $\cos\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{2}(1+\sqrt{3})}{4}$. Est-ce bien le même nombre que celui donné au 1 ? (à justifier par un calcul)

3 **2 points**
Simplifier l'expression

$$A(x) = \sin x + \cos(\frac{\pi}{2}+x) + \sin(\pi+x) + \cos(x+\frac{\pi}{6}).$$

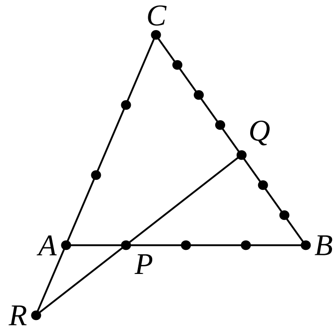
4 **3 points**
Résoudre les équations et inéquations proposées sur l'intervalle indiqué.

(E_1) : $\sin x > -\frac{\sqrt{3}}{2}$ sur $[-\pi;\pi]$.

(E_2) : $\sin(2x) = \frac{1}{2}$ sur $\mathbb{R}$ puis sur $[-\pi;\pi]$.

5 **5 points**

On considère le triangle ABC. P est un point de (AB), Q un point de (BC) et R un point de (AC), disposés comme sur le dessin. (Les graduations sur les droites sont régulières.)
Le but de l'exercice est de montrer que les points $P; R$ et Q sont alignés.



1. Donner les valeurs des réels α, β et γ tels que :

$$\overrightarrow{AP} = \alpha\overrightarrow{AB}, \qquad \overrightarrow{AR} = \beta\overrightarrow{AC}, \qquad \text{et} \qquad \overrightarrow{BQ} = \gamma\overrightarrow{BC}.$$

2. On se place dans le repère $(A;B,C)$. Déterminer les coordonnées des points A,B,C,P,R.
3. Montrer alors que $Q\left(\frac{4}{7};\frac{3}{7}\right)$
4. En déduire que les points $P; R$ et Q sont alignés.