Devoir Mathématiques N^o 11 (1h)

1 **8 points**

Un jeu de hasard est formé d'un dispositif lançant de façon aléatoire une fléchette dans une cible ayant la forme suivante :

B	B	B	B	B	B	B	B	B	J	J	J	V	V	R
R	V	V	J	J	J	B	B	B	B	B	B	B	B	B

La fléchette atteint toujours une case et une seule.
Les trente cases, blanches (B), *jaunes* (J), *vertes* (V) *ou rouges* (R), *ont toutes la même probabilité d'être atteintes.*
Si la fléchette atteint une case rouge, le joueur gagne 8 euros.
Si la fléchette atteint une case verte, le joueur gagne 5 euros.
Si la fléchette atteint une case jaune, le joueur ne gagne rien et ne perd rien.
Si la fléchette atteint une case blanche, le joueur perd a euros, la lettre a désigne un nombre réel positif.

1. On note X la variable aléatoire représentant le gain algébrique du joueur (compté négativement quand il perd).
   a) Donnez la loi de probabilité de X.
   b) Calculez a pour que le jeu soit équitable, c'est-à-dire pour que l'espérance $\mathrm{E}(X)$ soit nulle.
2. Un joueur est considéré comme gagnant s'il a obtenu un gain strictement positif.
   a) Quelle est la probabilité p qu'un joueur gagne ? et p' qu'il perde ?
   b) Un joueur joue 5 parties consécutives indépendantes. Soit B l'évènement « Le joueur gagne au moins une fois. » Quelle est la probabilité de B ?

2 **4 points**

Une urne contient 5 boules indicernables numérotées de 1 à 5. On tire deux boules au hasard succéssivement et sans remise de tel sorte qu'une issue est un couple $(a;b)$.

1. Décrire l'univers Ω de cette expérience.
2. On considère les événements suivants :
   - A :« La somme des deux boules $a+b$ est 5 »
   - B :« La valeur absolue $|a-b|$ vaut 1 »

   Déterminer les probabilités suivantes :
   a) $P(A)$
   b) $P(B)$
   c) $P(A\cap B)$
   d) $P(A\cup B)$.

3 **8 points**

Un groupe de 50 coureurs, portant des dossards numérotés de 1 à 50, participe à une course cycliste qui comprend 10 étapes, et au cours de laquelle aucun abandon n'est constaté.

À la fin de chaque étape, un groupe de 5 coureurs est choisi au hasard pour subir un contrôle antidopage. Ces désignations de 5 coureurs à l'issue de chacune des étapes sont indépendantes. Un même coureur peut donc être contrôlé à l'issue de plusieurs étapes.

Les parties A et B sont indépendantes

Partie A

1. À l'issue d'une étape, on choisit au hasard un coureur parmi les 50 participants. Établir que la probabilité pour qu'il subisse le contrôle prévu pour cette étape est égale à 0,1.
2. On note X la variable aléatoire qui comptabilise le nombre de contrôles subis par un coureur sur l'ensemble des 10 étapes de la course.
   a) Quelle est la loi de probabilité de la variable aléatoire X ? Préciser ses paramètres.
   b) On choisit au hasard un coureur à l'arrivée de la course. Calculer, sous forme décimale arrondie au dix-millième, les probabilités des évènements suivants :
      — il a été contrôlé 5 fois exactement ;
      — il n'a pas été contrôlé ;
      — il a été contrôlé au moins une fois.

Partie B

1. À l'issue de chaque étape, combien peut-on former de groupes différents de 5 coureurs ?
2. On considère l'algorithme ci-dessous dans lequel :
   — « rand(1, 50) » permet d'obtenir un nombre entier aléatoire appartenant à l'intervalle $[1\,;\,50]$
   — l'écriture « $x := y$ » désigne l'affectation d'une valeur y à une variable x.

Variables	a,b,c,d,e sont des variables du type entier
Initialisation	$a := 0$; $b := 0$; $c := 0$; $d := 0$; $e := 0$
Traitement	Tant que $(a = b)$ ou $(a = c)$ ou $(a = d)$ ou $(a = e)$ ou $(b = c)$ ou $(b = d)$ ou $(b = e)$ ou $(c = d)$ ou $(c = e)$ ou $(d = e)$ Début du tant que $a :=$ rand(1, 50) ; $b :=$ rand(1, 50) ; $c :=$ rand(1, 50) ; $d :=$ rand(1, 50) ; $e :=$ rand(1, 50) Fin du tant que
Sortie	Afficher a,b,c,d,e

   a) Parmi les ensembles de nombres suivants, lesquels ont pu être obtenus avec cet algorithme :
   $L_1 = \{2\ ;\ 11\ ;\ 44\ ;\ 2\ ;\ 15\}$; $L_2 = \{8,17,41,34,6\}$;
   $L_3 = \{12,17,23,17,50\}$; $L_4 = \{45,19,43,21,18\}$?
   b) Que permet de réaliser cet algorithme concernant la course cycliste ?